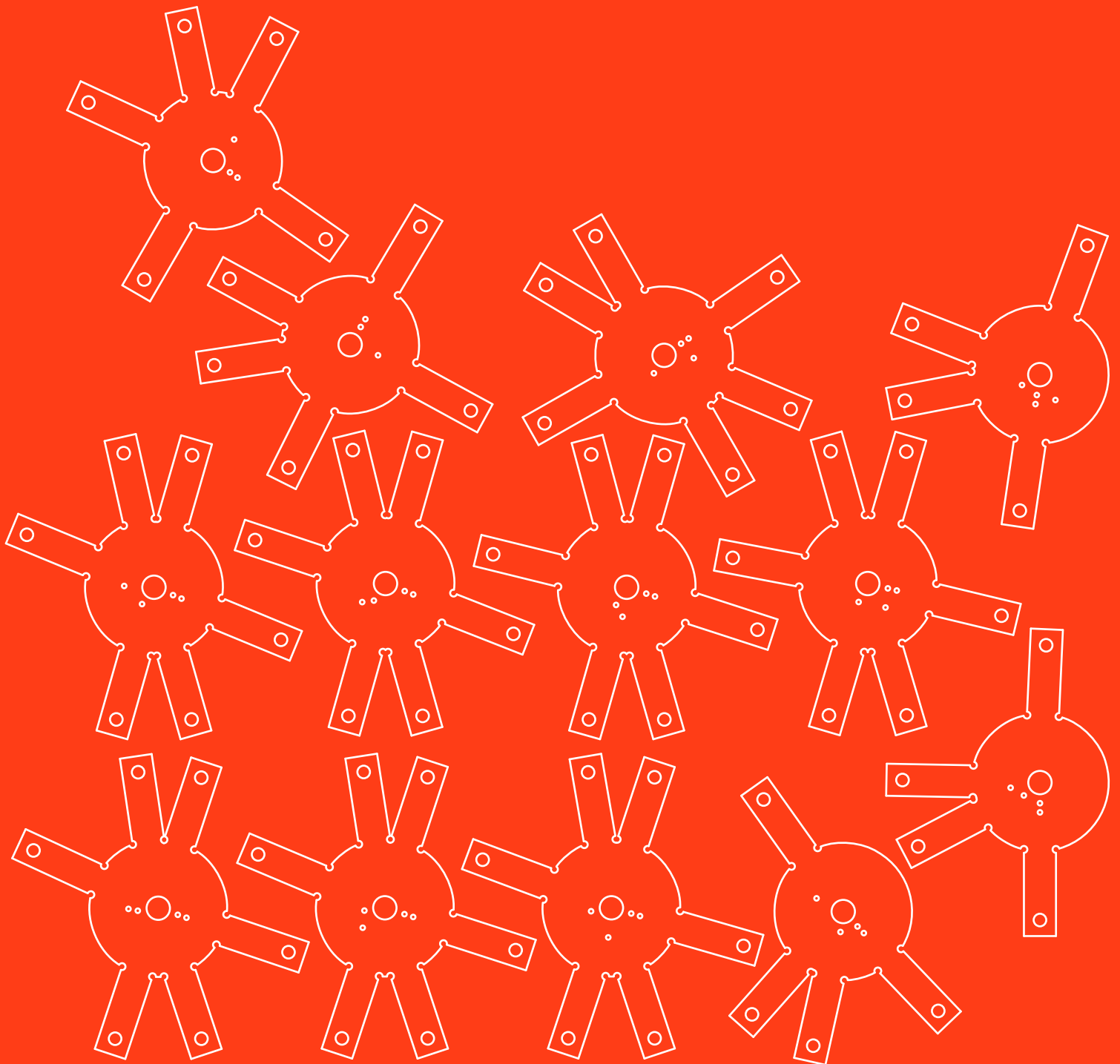


Alexander Stahr

# Das wohltemperierte Netz

Zum Konstruktiven Entwurf direkt verglaster Stabnetze auf Freiformflächen  
Dissertation



# Das wohltemperierte Netz

Zum konstruktiven Entwurf direkt verglaster Stabnetze auf Freiformflächen

## Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

an der Fakultät Architektur

der

Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Alexander Stahr

geb. am 13.01.1973

in Bad Frankenhausen

Weimar, 2008

Gutachter

1. Prof. Dr.-Ing. Jürgen Ruth
2. Prof. Dr.-Ing. Ulrich Knaack
3. Prof. Dr. sc. techn. Josef Trabert

# Kurzfassung

Direkt verglaste Stabnetze repräsentieren ein strukturell und geometrisch hochgradig variables Prinzip zur Realisierung transparenter architektonischer Freiformflächen. Dieses beinhaltet die funktionale Entkopplung der Fassadenkonstruktion in ein tragendes Stabnetz und eine hüllende Verglasung. Ein formal universales, dimensional variables Knotenelement bildet dabei das Herzstück der Konstruktion.

Die vorliegende Arbeit widmet sich dem konstruktiven Entwurf frei geformter, direkt verglaster Stabnetze. Dieser umfasst schwerpunktmäßig die formale und dimensionale Konzeptionierung der Knotenelemente. Er wird maßgeblich beeinflusst von der Dimensionalitätsdifferenz zwischen dem formbeschreibenden Flächennetz aus nulldimensionalen Knoten und eindimensionalen Kanten sowie dem Stabnetz aus dreidimensionalen Knoten bzw. Stäben. Darüber hinaus definieren das freiformbedingte Erfordernis einer unikaten Ausrichtung der Stabnetzelemente sowie die materialspezifische Anforderung einer zwängungsfreien Lagerung der Gläser weitere dominante Einflussgrößen im Entwurfsprozess.

In der Arbeit werden zunächst die geometrischen und konstruktiven Randbedingungen des konstruktiven Stabnetzentwurfs dargestellt. Darauf aufbauend wird ein Zylinder-Achsen-Modell entwickelt, welches die unikate lokale Situation am Knoten unter Berücksichtigung einer variablen Ausrichtung der Stabnetzelemente sowie beliebig polygonaler Stabquerschnitte abstrahiert. Die Modellierung ermöglicht eine Bewertung des knotenbezogenen Status unter konstruktiven und mechanischen Aspekten. Sie bildet somit die Grundlage für eine konstruktive Optimierung direkt verglaster Stabnetze.

Mit Hilfe des Zylinder-Achsen-Modells werden alle bisher bekannten Prinzipien zur Ausrichtung der Stabnetzelemente analysiert. Dabei offenbaren sich verschiedene Defizite. Zu deren Überwindung werden drei neuartige Lösungsansätze entwickelt. Eine alternative Methode dient folglich zur Bestimmung einer konstruktiv optimierten Ausrichtung der Knotenachse. Ein zweiter Ansatz zielt auf die Definition einer neuartigen Stablängsbezugsachse, welche unabhängig von der Flächenkrümmung eine zwängungsfreie Lagerung der Glaselemente gewährleistet. Schließlich ermöglicht das dritte innovative Prinzip die konsistente Bestimmung einer Stabquerachse auch bei nicht ebenen Vierecksmaschen.

# Abstract

Direct glazed lattice grids represent a structural and geometrical highly variable constructive approach for the realisation of transparent architectural freeforms. This principle is characterised by a functional decoupling of the cladding construction into a loadbearing grid of members and nodes on the one hand and covering glass panels on the other. A formal universal but dimensionally variable node builds the core of the construction.

This work addresses the constructive design of freeformed, direct glazed grids. This primarily implies the formal and dimensional design of the nodal elements. The design is significantly influenced by the difference of mesh dimensions, which describe the free-form and consist of zero-dimensional vertices and one-dimensional edges, as well as by the structural grid, made up of three-dimensional members and nodes. Moreover the free form determines a need for individual adjustment of all structural elements. Furthermore material-specific demands regarding restrained-free bearing of the glass panels define further dominant parameters in the design process.

First of all geometrical and constructive edge conditions of the constructive grid design were described in this work. Based on this a cylinder-axle-model was developed. This model abstracts individual local situations at the nodes including variable adjustment of the structural grid elements as well as variable cross-section of the members. The model allows evaluation of the nodal status in relation to constructive and mechanical aspects. It provides a basis for constructive optimisation of direct glazed structural grids.

With the aid of this model state-of-the-art approaches for the adjustment of structural elements relative to the form describing surface mesh were analysed. Several shortcomings were observed which can be solved through three new approaches developed within this work. The first approach describes an alternative method for the determination of a constructively optimised orientation of the nodal axis. The second one describes a method for a restrained-free bearing of the glass panels independent of their local curvature through definition of a new longitudinal member-axis. The last approach defines a new methodology for the determination of an axis crosswise the edge of the mesh even for non planar quadrilateral meshes.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>7</b>
1.1	Stabnetze auf Freiformflächen . . . . .	7
1.2	Motivation . . . . .	8
1.3	Ziel und Ansatz . . . . .	9
1.4	Aufbau der Arbeit . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Freiformflächen</b>	<b>12</b>
2.1	Amorphe Formen in der Architektur . . . . .	12
2.2	Geometrische Eigenschaften . . . . .	13
2.3	Formfindung . . . . .	15
2.3.1	Bewegflächen . . . . .	15
2.3.2	Gleichgewichtsflächen . . . . .	17
2.3.3	Modellierflächen . . . . .	19
2.4	Geometrische Flächennetze . . . . .	21
2.4.1	Netzstrukturen . . . . .	22
2.4.2	Topologische Merkmale . . . . .	24
2.4.3	Geometrische Eigenschaften . . . . .	25
2.4.4	Netzgenerierung . . . . .	27
2.4.5	Netzmanipulation . . . . .	28
2.5	Konstruktive Flächennetze . . . . .	29
2.5.1	Knotenachse . . . . .	29
2.5.2	Kantennormale . . . . .	31
2.5.3	Polare Winkel . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Glas als Hüllelement</b>	<b>34</b>
3.1	Konstruktiver Glasbau . . . . .	34
3.2	Mechanische Eigenschaften . . . . .	35
3.3	Funktionsgläser . . . . .	36
3.4	Einbaulage . . . . .	38
3.5	Direkte Verglasung . . . . .	39
3.6	Kontextspezifische Probleme und bekannte Lösungen . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Konstruktiver Knotenentwurf</b>	<b>44</b>
4.1	Prinzip Stabnetz . . . . .	44
4.1.1	Entwicklung . . . . .	44
4.1.2	Strukturmodell . . . . .	47
4.1.3	Funktionen . . . . .	49
4.1.4	Aktuelle Bauformen . . . . .	49

4.2	Stäbe . . . . .	53
4.2.1	Anforderungen an die Stäbe . . . . .	53
4.2.2	Basisstäbe . . . . .	54
4.2.3	Stabenden . . . . .	55
4.2.4	Ausrichtung der Stablängsachse . . . . .	56
4.3	Verbindung und Knotenform . . . . .	57
4.3.1	Anforderungen an die Verbindungen . . . . .	57
4.3.2	Schweißverbindungen . . . . .	58
4.3.3	Schraubverbindungen . . . . .	59
4.3.4	Steckverbindungen . . . . .	62
4.4	Knotendimensionen . . . . .	63
4.4.1	Anforderungen an die Knoten . . . . .	64
4.4.2	Knotenhöhe . . . . .	64
4.4.3	Knotenradius . . . . .	66
4.4.4	Deckfläche und Verglasung . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Zylinder-Achsen-Modell</b>	<b>69</b>
5.1	Konzeption . . . . .	69
5.2	Status der unabhängigen Entwurfsparameter . . . . .	71
5.3	Konstruktiv-geometrische Indikatoren . . . . .	72
5.3.1	Schnittpunktradius . . . . .	72
5.3.2	Mittelachsenversatz . . . . .	74
5.3.3	Schwerachsenversatz . . . . .	76
5.3.4	Randkantenversatz . . . . .	78
5.4	Beispiel MYLOMESH . . . . .	80
<b>6</b>	<b>Steuerbarkeit der Lokalgeometrie</b>	<b>86</b>
6.1	Knotendimensionen . . . . .	86
6.1.1	Radius . . . . .	86
6.1.2	Höhe . . . . .	88
6.1.3	Volumen . . . . .	89
6.2	Ebenheitsmaß . . . . .	91
6.3	Lokale Tragqualität . . . . .	92
6.4	Verglasbarkeit . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Konstruktive Optimierung der Lokalgeometrie</b>	<b>95</b>
7.1	Ausrichtung der Knotenachse . . . . .	95
7.1.1	Berechnungsalgorithmen . . . . .	96
7.1.2	Ansatz K3 . . . . .	96
7.1.3	Ebenheitsmaße und Knotendimensionen . . . . .	97
7.1.4	Grenzen . . . . .	99
7.2	Ausrichtung der Stablängsachse . . . . .	101
7.2.1	Stabquerschnitt und Nachbarmaschen . . . . .	102
7.2.2	Ansatz L3 . . . . .	103
7.2.3	Knotendimensionen und Ebenheitsmaße . . . . .	104
7.3	Ausrichtung des Stabquerschnitts . . . . .	105
7.3.1	Erweiterte Maschengeometrie . . . . .	106
7.3.2	Ansatz Q2 . . . . .	106
7.3.3	Streuung der Rotationswinkel . . . . .	107
<b>8</b>	<b>Resümee und Perspektive</b>	<b>108</b>

Inhaltsverzeichnis	6
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>111</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>114</b>

# 1 Einführung

Der *konstruktive Entwurf* eines Stabnetzes beinhaltet seine prinzipielle Gestaltung und spezifische Detaillierung. Er trägt somit den Charakter einer „strukture(n) Komposition“ (Kurrer, 2004). In diesem Sinn zielt ein *wohltemperiertes Netz* auf eine geringfügig 'unreine' Abstimmung des 'Instruments' (Stabnetzes). Diese eliminiert störende 'Microintervalle' (konstruktive Mehraufwendungen) und ermöglicht so das Spielen unterschiedlicher 'Tonarten' (funktionaler Anforderungen).

## 1.1 Stabnetze auf Freiformflächen

Freie Formen sind ein vieldiskutiertes Motiv der aktuellen Architekturdebatte. Ursächlich verantwortlich dafür ist ihre oft skulpturale Erscheinung. Diese markiert eine zumeist provokante Übertretung des gewöhnlichen architektonischen Formenkanons und verleiht ihnen einen hohen Identifikationsfaktor und Wiedererkennungswert.

Die aktuelle Renaissance der freien Formen basiert maßgeblich auf der Leistungsfähigkeit und den sich ständig erweiternden Möglichkeiten moderner Hard- und Software. Diese gestatten eine intuitive, nahezu vorkenntnisfreie Formgenerierung und -manipulation. Sie liefern darüber hinaus gleichsam eine vollständige digitale Beschreibung der Geometrie.

*Direkt verglaste Stabnetze* repräsentieren einen formal wie strukturell hochgradig variablen konstruktiven Ansatz zur Realisierung architektonischer Freiformen. Dieser beinhaltet die funktionale Entkopplung der Fassadenkonstruktion in ein tragendes Stabnetz und eine hüllende, linienförmig auf den *Stabaußenseiten* gelagerte Verglasung. Ersteres gliedert gleichsam die Gesamtfläche, letzteres bildet die Grundlage für ein hohes Maß an Transparenz.

Das Stabnetz besteht aus schlanken Stäben, die an autarken Knotenelementen mittels Montageverbindungen konstruktiv und kraftschlüssig verknüpft sind. Seine Struktur basiert in der Regel auf der eines Flächennetzes. Dessen Kanten müssen, um die freie Form beschreiben zu können, variable Längen aufweisen, was wiederum unikate geometrische Situationen an den Knotenpunkten zur Folge hat. Die vollständige Individualität des Flächennetzes überträgt sich auf das Stabnetz. In diesem weisen daher alle konstruktiven Elemente einen Einzelteilcharakter auf.

Eine geometrisch originalgetreue Realisierung transparenter architektonischer Freiformflächen bedingt die Verwendung elementbezogen geringfügig gewölbter Glaselemente. Deren Herstellung ist jedoch überdurchschnittlich aufwändig, sodass aus wirtschaftlichen Gründen in der Praxis nahezu ausnahmslos ebene Gläser zur Anwendung kommen. Diese stehen als industriell gefertigtes Massenprodukt mit variabler Funktionalität in hoher Qualität und unterschiedlichen Dimensionen zur Verfügung.

Die direkte Lagerung der ebenen Glaselemente bedingt den Einsatz gerader Stäbe und ist ursächlich für eine strikte Limitierung der Verformungen der Struktur verantwortlich. Sie macht ferner eine hohe maßliche Genauigkeit bei ihrer Realisierung sowie eine mit der lokalen Flächenkrümmung harmonisierende, räumlich individuelle Ausrichtung aller Stab-

netzelemente erforderlich. Diese wiederum erhöht den geometrischen Individualitätsgrad der Knoten und Stäbe signifikant und erschwert die Montage des Stabnetzes erheblich.

Die Fertigungsdimensionen der Basisgläser limitieren die Abmessungen der Hüllelemente und damit die Größe der Stabnetzmaschen. Sie sind somit ursächlich für die im baulichen Kontext zumeist kleinteilige Struktur der Konstruktion verantwortlich. Diese wiederum bildet im positiven Sinn die Voraussetzung für die Vorfertigung aller Teile unter industriellen Bedingungen sowie deren problemlosen Transport. Sie beinhaltet jedoch im Kontext großer Stückzahlen den Nachteil erheblicher Montageaufwendungen insbesondere aufgrund der Vielzahl von Verbindungen.

## 1.2 Motivation

Derzeit geht die Pionierphase der Realisierung transparenter, architektonischer Freiformflächen mittels direkt verglaster Stabnetze ihrem Ende entgegen. In den letzten Jahren wurden mehrere überaus repräsentative Projekte realisiert (vgl. Schlaich u. a., 2001; Sischka u. a., 2001; Schober u. a., 2004). Diese dokumentieren einerseits den Stand der Technik, offenbaren aber andererseits auch eine Reihe von Problemen und Defiziten.

### **Dimensionalitätsdifferenz und Ausrichtung der Stabnetzelemente**

Ein frei geformtes Stabnetz ist eine dreidimensionale Struktur aus dreidimensionalen Knotenelementen und Stäben. Deren räumliche Position orientiert sich an einem dreidimensionalen Flächennetz aus eindimensionalen Kanten und nulldimensionalen Knotenpunkten. Zur Bewältigung der offensichtlichen Dimensionalitätsdifferenz bzw. zur Substitution der fehlenden globalen Bezugsglieder werden im Allgemeinen ergänzende Referenzachsen auf der Basis lokalgeometrischer Parameter generiert. Diese definieren einen bisher nicht hinreichend gewürdigten Spielraum zur gezielten Beeinflussung der lokalen konstruktiven Geometrie.

### **Unterstützung des parametrischen Knotenentwurfs**

Der Knotenentwurf ist der Kern des konstruktiven Stabnetzentwurfs. Seine Aufgabe besteht darin, ein formal universales Verbindungselement zu konzipieren, welches im Sinne eines Leitdetails dimensional adaptierbar ist. Der Entwurfsprozess ist wesentlich anspruchsvoller als der eines rasterorientierten, standardisierten Knotenelements, da eine Reihe variabler konstruktiv-geometrischer Parameter berücksichtigt werden muss. Die Festlegungen des Knotenentwurfs haben weitreichende Auswirkungen auf die Wirtschaftlichkeit der gesamten Konstruktion. Gleichwohl wird der Prozess in der Praxis bisher nicht bzw. nur unzureichend unterstützt.

### **Große Stückzahlen und individualisierte Fertigung**

Im Vergleich zu ebenen oder einfach gekrümmten, regelmäßigen Formen erfordern frei geformte Stabnetzlösungen erhebliche herstellungs- und montagebezogene Mehraufwendungen. Ursächlich verantwortlich dafür ist die geometrische Individualität einer großen Anzahl von Bauteilen. Diese ist zwar dank digitalen Datentransfers (sog. „file-to-factory-Prozesse“) und rechnergestützter Fertigung logistisch wie herstellungstechnisch beherrschbar, jedoch beeinflussen die zugehörigen umfänglichen Planungs- und Steuerungsprozesse die Wirtschaftlichkeit des Ansatzes grundsätzlich negativ.

## Räumlich komplexe Knotengeometrien

Der unikate Knoten ist das wichtigste Element im Stabnetz. Seine individuelle Form ist in der Regel geprägt von einem hohen Grad an geometrischer Komplexität. Letztere ist im Kontext hoher Genauigkeitsanforderungen in entscheidendem Maße verantwortlich dafür, dass die Knoten zu Lasten der Wirtschaftlichkeit der gesamten Stabnetzkonstruktion zumeist einen überdurchschnittlichen Herstellungsaufwand erfordern. Um den steigenden Anforderungen des sich ständig weiterentwickelnden Marktes gerecht werden zu können, sind vereinfachte Knotengeometrien zur Rationalisierung der Fertigung unumgänglich.

## Direkte Lagerung der Gläser

Die zwängungsfreie Lagerung ist Kernproblem und Hauptaufgabe im konstruktiven Umgang mit Glas. Sie setzt primär voraus, dass sich die Auflagerlinien der Glas- bzw. Stabelemente in einer Ebene befinden. Dieser Zustand ist aber im vorliegenden Zusammenhang nicht a priori gegeben. Er hängt grundlegend von Topologie und Geometrie der Flächennetzmaschen ab. Seine Realisierung ist eine dominante Nebenbedingung im konstruktiven Stabnetzentwurfsprozess (vgl. Ruth u. Stahr, 2006).

## 1.3 Ziel und Ansatz

Das bedeutsamste konstruktive und logistische Merkmal direkt verglasteter, frei geformter Stabnetze ist ihre gewöhnlich große Menge geometrisch individueller, aber formal ähnlicher Bauteile. Allgemein hohe Genauigkeitsanforderungen und insbesondere teils komplexe räumliche Knotenformen bedeuten dabei deutlich erhöhte fertigungstechnische Aufwendungen im Vergleich zu regelmäßigen Stabnetzen. Gleiches gilt vor dem Hintergrund generell individueller Einbaulagen auch in Bezug auf die Montage.

Dem konstruktiven Stabnetzentwurf kommt im vorliegenden Zusammenhang eine überdurchschnittlich hohe Bedeutung zu. Er beinhaltet neben verschiedenen formal-konstruktiven Definitionen auch eine Reihe von Festlegungen zur Positionierung der Knoten und Stäbe relativ zum Flächennetz. Diese haben weitreichende Auswirkungen auf die lokale konstruktive Geometrie sowie auf die verglasungstechnischen und herstellungsbezogenen Eigenschaften der Stabnetzkonstruktion.

Die Arbeit verfolgt im Kern das Ziel einer konstruktiven Optimierung frei geformter Stabnetze im Sinne einer Unterstützung des konstruktiven Entwurfsprozesses. Zu diesem Zweck wird als Lösungsansatz ein Zylinder-Achsen-Modell entwickelt. Dieses beschreibt die lokalen konstruktiv-geometrischen Beziehungen zwischen einem Knoten und den an ihm angeschlossenen Stäben. Es ermöglicht somit die Einbeziehung konstruktiver Parameter in den bisher rein geometrieorientierten Entwurfsprozess.

Die vorgeschlagene Lösung folgt dem Prinzip einer Optimierung mit Optimalitätskriterien. Die Ausrichtungen von Knoten und Stäben relativ zum Flächennetz definieren dabei konstruktiv und mechanisch unabhängige Optimierungsparameter. Zur Bewertung der verschiedenen Alternativlösungen werden vier neuartige konstruktiv-geometrische Indikatoren als Optimalitätskriterien definiert.

## 1.4 Aufbau der Arbeit

Neben dem vorliegenden einleitenden Kapitel umfasst die Arbeit sieben weitere.

Das zweite Kapitel widmet sich zunächst den Hintergründen der aktuellen Renaissance von Freiformflächen in der Architektur sowie den grundlegenden geometrischen Eigenschaften gekrümmter Formen. Anschließend werden verschiedene Ansätze zur Formfindung bzw. Formgenerierung und deren Auswirkungen auf die mechanischen und geometrischen Merkmale der so generierten Flächen vorgestellt. Flächennetze bilden eine Möglichkeit zur approximativ-numerischen Beschreibung beliebiger Geometrien. Ihre Eigenschaften sowie Möglichkeiten zur Manipulation werden erläutert. Das Kapitel schließt mit einer Darstellung zur Generierung ergänzender Referenzachsen wie auch zur Beschreibung der lokalgeometrischen Situation am Knotenpunkt auf der Basis eines Satzes polarer Winkel.

Dem Stand der Technik und den Grundlagen konstruktiver Glasanwendungen widmet sich das dritte Kapitel. Zunächst werden die diesbezüglich wesentlichen Eigenschaften von Glas sowie daraus resultierende allgemeine Anwendungsregeln dargestellt. Anschließend erfolgt eine Auflistung der wichtigsten Glasprodukte und eine Erläuterung ihrer anwendungsbezogenen signifikanten technologischen Merkmale. Schlussendlich werden die aus der linienförmigen Glasauflagerung resultierenden Anforderungen an die Unterkonstruktion, welche im vorliegenden Kontext dem Stabwerk entspricht, dargestellt.

Dem Knotenentwurf als Kern des konstruktiven Stabnetzentwurfs wendet sich das vierte und abschließende Grundlagenkapitel zu. Es startet mit einem kurzen Abriss zur baugeschichtlichen Entwicklung von Stabkonstruktionen, der Darstellung eines Strukturmodells und der Beschreibung der grundlegenden Funktionen des Stabnetzes. Daran schließt sich ein Überblick über aktuelle Bauformen von Freiform-Stabnetz-Knoten an. In der Folge werden die konstruktiven Merkmale üblicherweise verwendeter Stäbe sowie Möglichkeiten zur Ausrichtung ihrer Längsachse dargelegt. Die Beschreibung der Anforderungen an die Verbindungen wie auch die Wechselbeziehung zwischen diesen und der Knotenform knüpfen daran an. Die Ausführungen werden komplettiert durch eine Darstellung der geometrischen und konstruktiven Zusammenhänge, welche ursächlich für die Dimensionen der Knoten verantwortlich sind.

Im fünften Kapitel wird das Zylinder-Achsen-Modell (ZAM) entwickelt. Dieses ermöglicht eine konstruktiv-geometrische Analyse der Situation am individuellen Knoten. Basierend auf einer Darstellung der in diesem Zusammenhang wesentlichen Basisparameter des konstruktiven Entwurfs erfolgt die Definition vier neuartiger Indikatoren. Diese dienen als Optimalitätskriterien zur Bewertung der konstruktiven und mechanischen Eigenschaften im Knotenbereich. Ihr stabbezogener Charakter wird mit Hilfe von Parametern der deskriptiven Statistik in einen knotenspezifischen umgewandelt. Auf der Basis des Modells wird ein eigens zu Forschungszwecken konzipiertes und realisiertes Freiformstabnetz analysiert.

Die individuelle Ausrichtung der Knoten- und der Kantenachsen bietet Möglichkeiten zur Optimierung der lokalen konstruktiven Geometrie. Dieser Thematik widmet sich das sechste Kapitel der Arbeit. Auf der Grundlage dreier ausgewählter Knoten des akademischen Stabnetzmodells werden darin die quantitativen Auswirkungen unterschiedlicher Kombinationen von Knoten- und Stabpositionierung auf die Dimensionen der Knotenelemente, ihre Verglasungseignung, die lokale Tragqualität sowie die Verglasbarkeit der Maschen untersucht.

Die Ergebnisse der knotenspezifischen Untersuchungen im sechsten Kapitel offenbaren verschiedene konstruktive Optimierungspotenziale. Darauf aufbauend wird im siebenten Kapitel zunächst ein Ansatz zur Generierung einer neuartigen Knotenachse entwickelt, welche

eine vernetzungsunabhängig optimierte Knotenposition gewährleistet. Ebenfalls neuartig ist die zum Patent angemeldete Methodik zur Bestimmung einer Stablängsachse, welche die lineare Auflagerung der Glaselemente bei beliebiger Flächenkrümmung und vollständiger Querschnittsvariabilität garantiert. Schlussendlich wird ein Ansatz konzipiert, der die konsistente Bestimmung einer Kantennormale auch bei nicht ebenen, viereckigen Nachbarmaschen ermöglicht.

Das Resümee der Arbeit und einen perspektivischen Ausblick in Form noch offener Fragestellungen und sich abzeichnender Entwicklungspotenziale beinhaltet das abschließende achte Kapitel.



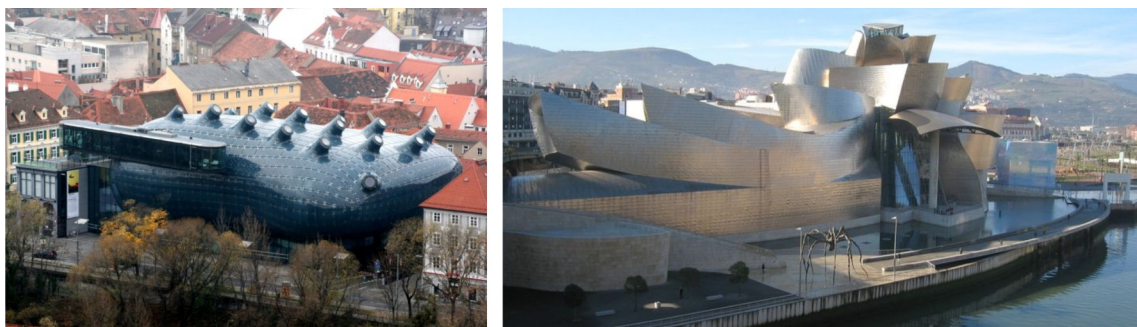
## 2 Freiformflächen

Flächen beschreiben im Allgemeinen die Form von Gegenständen und somit auch die Fassade bzw. Hülle von Bauwerken. Geometrisch sind *Freiformflächen* zwischen den Rändern stetige, zweidimensionale Figuren mit dreidimensionalem Charakter. Ihr gestaltprägendes Hauptmerkmal ist eine variable räumliche Krümmung.

Der digitale Entwurf frei geformter Flächen ist heutzutage dank leistungsfähiger Hard- und Software sehr einfach. Für ihre großmaßstäbliche bauliche Reproduktion sind jedoch erweiterte Kenntnisse ihrer geometrischen Eigenschaften sowie des zugrunde liegenden Formfindungsansatzes ebenso erforderlich wie eine vollständige geometrische Beschreibung.

### 2.1 Amorphe Formen in der Architektur

*Blobmeister, Biomorphismus, Digitaler Barock, Digitalmoderne, Organische Architektur:* eine Vielzahl von Begriffen begleiten das aktuelle Comeback der gekrümmten Formen in der Architektur. Jenseits der stringenten Kühle, orthogonalen Sachlichkeit und geometrischen Einfachheit der *klassischen Moderne* zogen verspielte, skulpturale Entwürfe immer wieder das besondere Interesse von Architekten und Öffentlichkeit auf sich. Aus architekturhistorischer Sicht erlebte der Gedanke des organischen Bauens allein im 20. Jahrhundert drei Blütezeiten: im *Jugendstil* bzw. architektonischen *Expressionismus* der 1920er-Jahre, in den *Megastructures* und Riesenblasen der 1960er-Jahre und in den bis heute aktuellen digital generierten, amorphen Formen (vgl. Pehnt, 2002; Syring, 2002).



**Bild 2.1:** Kunsthaus Graz (Foto: M. Schneider) | Guggenheim Museum Bilbao (Foto: M. Reeve)

Die Renaissance der skulpturalen Freiformen in der Architektur basiert maßgeblich auf den sich ständig erweiternden Möglichkeiten moderner Hard- und Software. Der Computer wird dabei nicht als digitales 'Zeichenbrett', sondern als 'Kreativwerkzeug' benutzt (vgl. Böhm, 1999; Steele, 2001; Fritz, 2002). Die Entwürfe intendieren eine „Materialisierung des Immateriellen“ bzw. eine „Manifestation von Momentaufnahmen“ (vgl. Trautz, 2004). Sie finden in 'Transaktionsräumen' statt und sind ein „parametrisches Spiel“, welches sich nach den vom Entwerfer gestalteten Spielregeln richtet (vgl. Oosterhuis, 2002). Die Entwurfsformen sind das Ergebnis „fließender Deformationen“ (vgl. Spuybroek, 1997). Sie basieren auf Formbildungsprozessen, die 'Kraftfelder' und 'Partikelströme' simulieren, manipulieren, transformieren und 'einfrieren' (vgl. Franken, 2001, 2004).

Generalisierend zeichnen sich die auf digitaler Basis generierten *Blobs* durch einen hohen gestalterischen Abstraktionsgrad aus. Sie basieren zumeist auf einem strikt methodisierten bzw. systematisierten Entwurfsprozess. Dementsprechend investieren die Entwerfer ihre Aktivität und Kreativität in die Beschreibung formbestimmender bzw. -verändernder Prozesse. Beispielhaft seien hier Selbstbildungs- und. -organisationsgesetze sowie evolutionäre Algorithmen genannt.

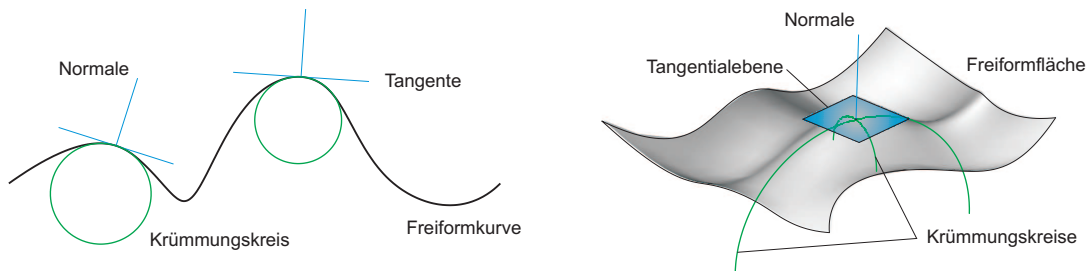
Das kreative Entwurfsziel ist bei dieser Art des Entwerfens nicht objektivierbar, da die zugehörigen Algorithmen im Regelfall nicht konvergieren. Dies hat zur Folge, dass das Abbruchkriterium und damit das Ergebnis des rechnerbasierten Kreativprozesses wie im 'normalen Entwurf' auch eine subjektive Entscheidung des Architekten bleibt (vgl. Cachola Schmal, 2001; Trautz, 2004).

## 2.2 Geometrische Eigenschaften

Der technische Umgang mit freien Formen bedingt grundlegende Kenntnisse ihrer geometrischen Eigenschaften. Allgemein lassen sich Flächen anhand ihrer Krümmung klassifizieren. Unter herstellungstechnischen Gesichtspunkten ist darüber hinaus das Merkmal der Abwickelbarkeit von entscheidender Bedeutung.

### Krümmung

Die *Krümmung* beschreibt das Maß der Abweichung der Fläche von der Tangentialebene in einem Flächenpunkt. Sie ist grundsätzlich lokal definiert und eines der wichtigsten geometrischen Merkmale von Flächen. An jedem beliebigen Flächenpunkt lässt sich demzufolge neben der Tangentialebene auch eine orthogonal zu dieser ausgerichtete Flächennormale bestimmen (vgl. Bild 2.2).



**Bild 2.2:** Krümmungsparameter an Freiformkurve und -fläche

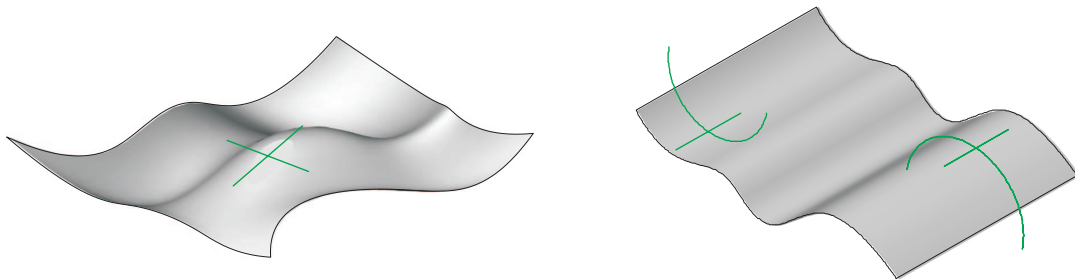
Verschiedene Parameter kennzeichnen die Dimensionen der Krümmung. So kann für variabel gekrümmte Formen für jeden Flächenpunkt sowohl ein minimaler als auch ein maximaler Krümmungsradius ( $r_1$  bzw.  $r_2$ ) ermittelt werden. Beide Radien bzw. die zugehörigen Krümmungsrichtungen sind dabei orthogonal zueinander ausgerichtet. Ihre Kehrwerte  $\kappa_1 = 1/r_1$  und  $\kappa_2 = 1/r_2$  werden *Hauptkrümmungen* genannt. Aus beiden Parametern lassen sich das Maß der *Gaußschen Krümmung*  $K$  (vgl. Gleichung 2.1) sowie das der *mittleren Krümmung*  $H$  (vgl. Gleichung 2.2) ableiten.

$$K = \kappa_1 \cdot \kappa_2 \quad (2.1)$$

$$H = \frac{1}{2}(\kappa_1 + \kappa_2) \quad (2.2)$$

Die Krümmungsparameter ermöglichen eine grundlegende Klassifizierung von Flächen. Sind beide Hauptkrümmungen gleich Null, ist die Fläche eben. Auch Freiformflächen können lokal solche Orte beinhalten. Diese werden als *Flachpunkte* bezeichnet (vgl. Bild 2.3, links).

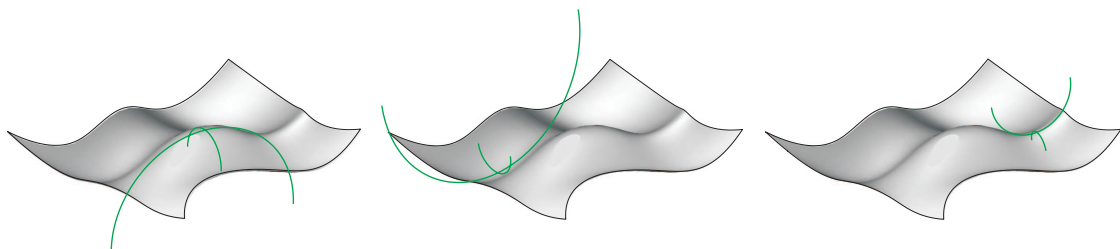
Eine *parabolische Krümmung* liegt vor, wenn eine der beiden Hauptkrümmungen an einem Flächenpunkt gleich Null ist. In diesem Fall existiert eine Flächentangente, in deren Längsrichtung die Fläche ganz in der Tangentialebene bleibt (vgl. Bild 2.3, rechts). Der Sachverhalt wird ugs. als einfache bzw. einachsige Krümmung bezeichnet. Ganzflächig parabolisch gekrümmte Flächen sind abwickelbar.



**Bild 2.3:** Flachpunkt | Parabolisch gekrümmte Flächenpunkte

Zweiachsig, räumlich bzw. *doppelt gekrümmt* ist eine Fläche dann, wenn beide Hauptkrümmungen ungleich Null sind. Liegen dabei die Bezugspunkte beider Hauptkrümmungsradien auf der gleichen Seite der Fläche, dann berührt diese die Tangentialebene nur einseitig. Sie wird als gleichsinnig, synklastisch oder *elliptisch gekrümmt* bezeichnet (vgl. Bild 2.4, links).

Befinden sich die entsprechenden Referenzpunkte der Hauptkrümmungsradien jedoch auf beiden Seiten der räumlich gekrümmten Fläche, dann schneidet die Tangentialebene diese. Es liegt eine gegensinnige, antiklastische bzw. *hyperbolische Krümmung* vor (vgl. Bild 2.4, mittig u. rechts). Doppelt gekrümmte Flächen sind i. d. R. nicht abwickelbar.



**Bild 2.4:** Elliptisch und hyperbolisch gekrümmte Flächenpunkte

### Abwickelbarkeit

Die *Abwickelbarkeit* ist eine Eigenschaft gekrümmter Flächen, die primär unter konstruktiven, herstellungs- und verarbeitungstechnischen Aspekten von Bedeutung ist. Abwickelbare Flächen sind dadurch gekennzeichnet, dass sie sich ohne Verzerrungen verebnen lassen. Sie sind visuell daran erkennbar, dass ihre Kontur aus lauter geradlinigen Anteilen besteht (vgl. Glaeser, 2005).

Ganzflächig parabolisch gekrümmte Flächen sind abwickelbar (vgl. Bild 2.5, rechts). Ihre Form lässt sich in der Umkehrung des Wortsinns durch die Anwendung wirtschaftlich

effizienter, linearer Umformverfahren wie Walzen oder Biegen aus preiswerten, seriell gefertigten, ebenen Halbzeugen (Platten, Tafeln, Scheiben, etc.) 'aufwickeln'. Im Normalfall sind keine Schalungen oder sonstige Abformungswerkzeuge erforderlich, um gleichmäßig oder auch ungleichmäßig gekrümmte Bauteile zu erzeugen. Selbstverständlich spielen dabei die Materialeigenschaften, und hier primär das plastische Formänderungsvermögen, eine entscheidende Rolle.



**Bild 2.5:** Tischleuchten: links nicht abwickelbarer, rechts abwickelbarer Schirm

Elliptisch oder hyperbolisch gekrümmte Flächen sind nicht abwickelbar (vgl. Bild 2.5, links). Gleiches gilt dementsprechend für Freiformflächen, deren Hauptmerkmal eine variable doppelte Krümmung ist. Unter wirtschaftlichen Aspekten bedeutet dieser Sachverhalt einen erheblichen Nachteil, denn zur Herstellung entsprechend geformter Elemente sind vielfältige individuelle Schalungen bzw. Formen erforderlich.

Der später genauer zu beschreibende Flächennetzansatz transformiert beliebige Flächen in ein System aus Knotenpunkten und geraden Kanten, welche geschlossene Maschen bilden (vgl. 2.4). Wenn letztere geometrisch eben sind, dann lassen sich Freiformflächen als „quasi abwickelbare“ Flächen darstellen. Ihre Oberfläche ist in diesem Fall nicht stetig gekrümmt, sondern von polygonal-approximativem Charakter.

Aufgrund der maschenbezogen allgemein geringen Krümmungsabweichung der Ebenen von der 'Originalfläche' ist der Flächennetzansatz unter praktischen Gesichtspunkten überaus bedeutsam. Die Summation ebener Teilflächen ergibt eine 'quasi'-räumlich gekrümmte Gesamtfläche, ohne die Anmutung der doppelt gekrümmten Fläche wesentlich zu verfälschen (vgl. Sobek u. Kutterer, 1998).

## 2.3 Formfindung

Die Gestaltung einer frei geformten Fläche wird in der Regel als *Formfindung* bezeichnet. Der Begriff ist jedoch polyvalent belegt (vgl. Kraft u. Taraz-Breinholt, 2002). Er findet in den letzten Jahren in mitunter inflationärer Dimension Anwendung in unterschiedlichsten Zusammenhängen (vgl. Trautz, 2004). Verallgemeinernd subsummiert er im Kern eine Reihe von Verfahren zur Ermittlung der Geometrie einer Fläche (vgl. Höller, 1999). Auf der Basis des grundlegenden Prinzips der Formfindung lassen sich im baukonstruktiven Kontext drei Ansätze unterscheiden (vgl. Gheorgiu u. Dragomir, 1978).

### 2.3.1 Bewegflächen

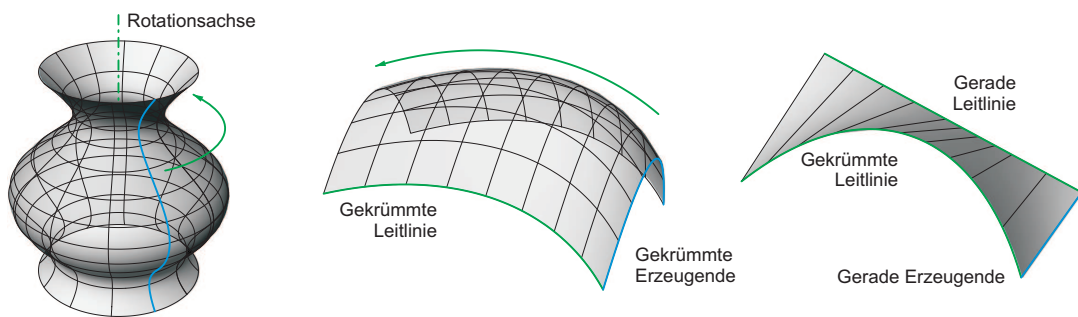
Flächen lassen sich generieren, indem Kurven bewegt werden. Der Formfindungsansatz ist somit rein geometrischer Natur. Er basiert auf der Anwendung objektiver Regeln. Sein

Ergebnis ist maßgeblich von der Gestaltung der formgebenden Kurven abhängig. Im Allgemeinen wird die Bezugslinie der Bewegung als *Leitlinie* und die bewegte Kurve als *Erzeugende* bezeichnet. *Dreh-*, *Schieb-* und *Regelflächen* sind die baupraktisch bedeutsamsten Bewegflächen (vgl. Bild 2.6).

### Formsteuernde Parameter

Die Krümmung der Erzeugenden und die Art der Bewegung bilden die beiden variablen Größen des Formfindungsansatzes. Erstere kann sowohl ebener als auch räumlicher Natur sein. Die Möglichkeit, die Form der Kurve während der Bewegung zu verändern, erhöht darüber hinaus die Variabilität des Ansatzes nochmals.

Bezüglich der Art der Bewegung kann grundlegend zwischen Drehung und Schiebung unterschieden werden. Durch Überlagerung beider entstehen zusammengesetzte Translokationen. Die Leitlinie kann bei schiebenden Bewegungen beliebig gekrümmt und muss bei Drehbewegungen eine Gerade sein.



**Bild 2.6:** Drehfläche | Schiebfläche | Regelfläche

Durch variable Kombination der formsteuernden Parameter lässt sich eine Vielzahl unterschiedlicher Flächen generieren. Gleichsam limitiert ihre globale Charakteristik jedoch die gestalterischen Freiheiten im Entwurfsprozess. Modifikationen der Gestalt der Fläche sind nur über Änderungen der Basiskonfiguration aus Erzeugender und Leitlinie möglich. Dies wiederum schließt lokale Deformationen aus.

### Geometrische Eigenschaften

Die geometrischen Eigenschaften der Bewegflächen sind direkt von der Gestalt der Erzeugenden und der Art der Bewegung abhängig. Drehflächen beinhalten das Merkmal der konstanten Krümmung in 'Ringrichtung'. Sie sind radial regelmäßig segmentierbar. Schiebflächen sind durch die beliebige Krümmung der Leitlinie weitaus formvariabler. Dabei sind Regelflächen in allen Flächenpunkten parabolisch und Schiebflächen elliptisch oder hyperbolisch gekrümmt. Von Ausnahmefällen wie dem Kegel abgesehen, sind Bewegflächen nicht abwickelbar (vgl. Glaeser, 2005).

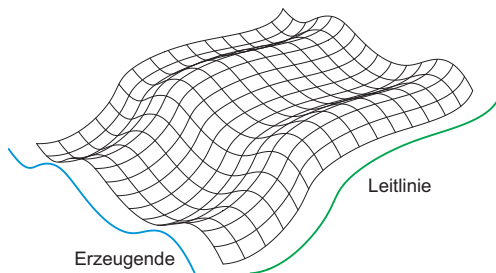
### Mechanische Eigenschaften

Die mechanischen Merkmale von Bewegflächen sind grundlegend von der Form der Erzeugenden bzw. der Leitlinie abhängig. Durch entsprechende Gestaltung beider Kurven und ihrer Lagebeziehung zueinander können diese weitreichend beeinflusst werden. So sind Flächengeometrien mit homogener Verteilung der Beanspruchung und hoher Tragqualität möglich.

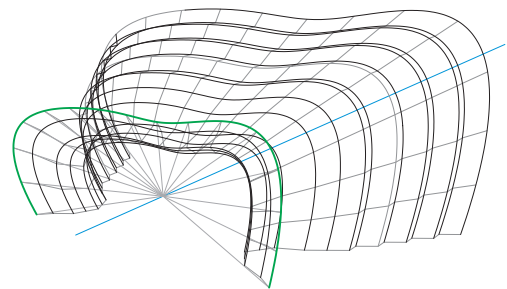


### Kontextspezifisch wesentliche Besonderheiten

Schiebflächen beinhalten ansatzbedingt eine baupraktisch überaus wertvolle Eigenschaft. Diese offenbart sich darin, dass bei sequentieller Steuerung der translatorischen Bewegung ein Flächennetz mit immer ebenen, viereckigen Maschen generierbar ist. Werden darüber hinaus die beiden prinzipiell beliebig räumlich gekrümmten Basiskurven in äquidistante Abschnitte geteilt, entsteht ein Netz aus scharweise gleichlangen Kanten.



**Bild 2.7:** Translationsnetzprinzip



**Bild 2.8:** Trans-Streck-Fläche

*Schober* und *Schlaich* erkannten das interessante Potenzial der Schiebflächen vor dem Hintergrund großer Probleme bei der Realisierung räumlich gekrümmter, nicht rotations-symmetrischer, direkt verglaster Stabnetze mit nicht ebenen Vierecksmaschen (Schlaich u. Bergemann, 1992a). Das sog. *Translationsnetzprinzip* ermöglicht eine sehr weitreichende Formenvielfalt (vgl. Bild 2.7) bei stets günstigen Maschengeometrien. Diese lässt sich nochmals steigern, wenn der Vorgang der Parallelverschiebung mit einer zentrischen Streckung kombiniert wird. Dann entstehen sog. *Trans-Streck-Flächen* (vgl. Bild 2.8).

### 2.3.2 Gleichgewichtsflächen

Freiformflächen lassen sich finden, indem beliebige flächige Basisfiguren durch global homogen wirkende Kräfte verformt bzw. deformiert werden. Der Formfindungsprozess basiert somit auf physikalischen Gesetzmäßigkeiten. Sein Ziel ist die Beschreibung eines besonderen räumlich-mechanischen Gleichgewichtsstatus.

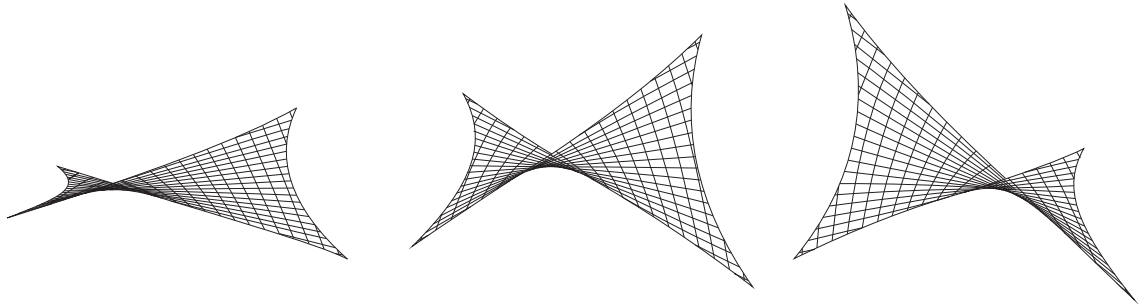
Die Formfindung von Gleichgewichtsflächen ist stark ingenieurmäßig geprägt. Ihr Prozess kann somit als Strukturoptimierung unter konsequenter Beachtung einer Reihe von Grundprinzipien interpretiert werden. Er zielt auf die Vermeidung von Biegespannungen und Spannungsspitzen im Sinn eines homogenen Kraftflusses in der gesamten Fläche. Dieses Motiv erfordert von Seiten des Entwerfers vertiefende Kenntnisse der Zusammenhänge zwischen äußerer Last, Flächenform und innerer Beanspruchung (vgl. Sobek u. Bauer, 2000).

#### Formsteuernde Parameter

Art, Größe und Richtung der einwirkenden Kräfte sind grundlegende formsteuernde Parameter des vorliegenden Formfindungsansatzes. Basierend auf den Grundlagen der Physik kommen Schwer-, Innendruck- oder Randvorspannungskräfte für die Herbeiführung der Verformung in Frage. Diese unterscheiden sich primär in ihren Kraftrichtungen. Sie definieren den sog. *formgebendenden Lastfall*.

Die Form der zu generierenden Fläche wird darüber hinaus in entscheidendem Maße durch die Lage der Eck- bzw. Stützpunkte der Zielgeometrie sowie durch die Gestalt der Ränder zwischen ihnen bestimmt (vgl. Bild 2.9). Diese stellen somit eine zweite Gruppe variabler

Parameter im Formfindungsprozeß dar. Durch die Definition von in der Fläche liegenden Zwangspunkten oder -linien (Hoch- und Tiefpunkte bzw. Grat- und Kehllinien) bieten sich weitere Möglichkeiten zur Beeinflussung einer Gleichgewichtsflächenform.



**Bild 2.9:** Variation der Vertikalkomponente der Auflagerpunkte bei Vierpunktsegehn

Die o. g. Möglichkeiten zur Beeinflussung des Formfindungsprozesses limitierten die gestalterischen Freiheiten im Entwurf in weitreichendem Maße. Die Kreativität des Entwerfers beschränkt sich auf die Variation der Ausgangsbedingungen, d. h. der Kräfte und der Randgeometrien der Flächen sowie ggf. von Zwangspunkten oder -linien in der Fläche. Infolgedessen sind lokale Deformationen wiederum ausgeschlossen.

### Ansätze und Methoden

Bekannte analog-experimentielle Methoden zur zur Findung von Gleichgewichtsflächen sind: Hänge-, Pneu-, Seifenhaut-, Strumpf- und Tüllmodelle. Sie verwenden flächennetzartige und geschlossenflächige, stark dehnbare Modellwerkstoffe. Ihre Entwicklung geht maßgeblich auf die Pionierarbeiten von *Otto* und *Isler* zurück. Beide experimentierten auf diesem Gebiet mit dem Ziel, eigengewichtsarme Konstruktionen zur stützenfreien Überspannung großer Flächen bzw. Räume in Form von Seilnetzen und Betonschalen zu schaffen. Probleme bei der Bestimmung und Beschreibung der Geometrie der gefundenen Flächen führten schon frühzeitig zur rechnerbasierten, analytisch-digitalen Aufbereitung der Zusammenhänge (vgl. *Otto*, 1954, 1982; *Gründig*, 1975; *Linkwitz*, 1984; *Ströbel*, 1996; *Ramm*, 1996; *Höller*, 1999; *Chilton u. Isler*, 2000).

Bis zum heutigen Zeitpunkt kommen sowohl die analog-experimentiellen als auch die analytisch-digitalen Methoden zur Anwendung: erstere vorwiegend in den frühen und letztere in den mittleren und späteren Entwurfsphasen (vgl. *Höller*, 1999; *Gengnagel*, 2005). Die Überdachung des *Great Court* im *British Museum* in London ist ein aktuelles Beispiel für die Anwendung des Formfindungsansatzes im Kontext direkt verglasteter Freiformstabnetze (vgl. *Sischka u. a.*, 2001; *Brown u. Cook*, 2002).

### Geometrische Eigenschaften

Die gestaltprägende geometrische Haupteigenschaft von Gleichgewichtsflächen ist die ganzflächige doppelte Krümmung. Die flächenbezogenen Änderungen der Krümmung erfolgen i. d. R. harmonisch. Ihre Dimensionen sind im Formfindungsprozess steuerbar. In diesem kommen aufgrund der ihnen eigenen Kinematik vorzugsweise Vier- oder Sechsecknetze zur Anwendung. Deren Maschen sind im Endzustand im Allgemeinen jedoch nicht eben (vgl. *Alber u. Gabriel*, 1983).

Die Art der Flächenkrümmung ist abhängig vom formgebenden Lastfall. Pneumatische und Hängeformen sind dabei elliptisch bzw. gleichsinnig gekrümmt. Durch Randvorspannung generierte Flächen weisen hingegen eine hyperbolische Krümmung auf (vgl. Bild 2.10).

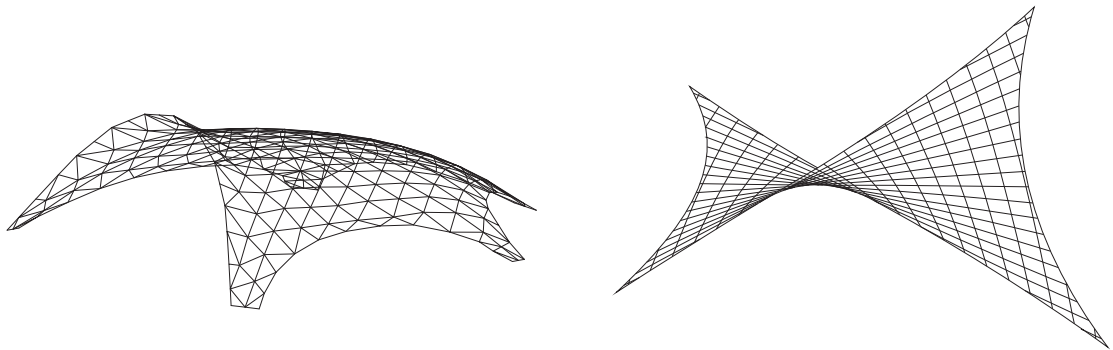


Bild 2.10: (Inverse) Hängeform (Kramer, 2005) | Randvorspannform

### Mechanische Eigenschaften

Gleichgewichtsflächen zeigen prinzipbedingt ein besonderes, hochqualitatives Strukturverhalten. Ihre Form resultiert aus einer genau definierten äußeren Einwirkungssituation, dem *formgebenden Lastfall*. Infolge dieser speziellen Konstellation zwischen Last und Form bildet sich in der Struktur ein *Membranspannungszustand* aus. Dieser zeichnet sich dadurch aus, dass in der Fläche infolge der formgebenden Beanspruchung nur Normalkräfte wirken. Seine flächentangentiale Normalkraftbeanspruchungen in Form von Druck oder Zug sind zudem homogen verteilt (vgl. Bild 2.10, links und 2.11).

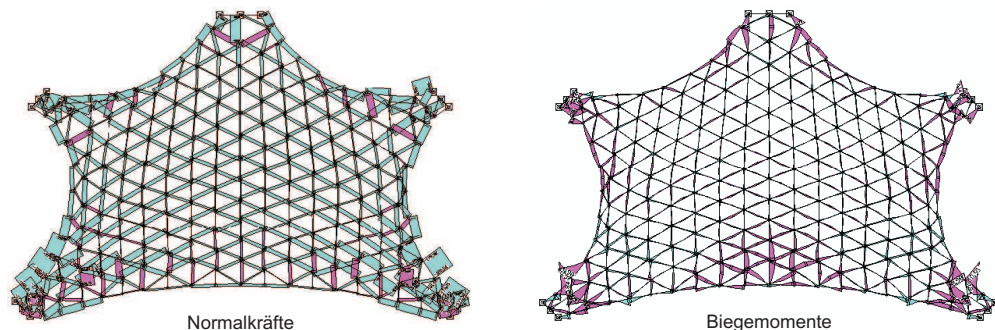


Bild 2.11: Homogene Schnittgrößenverteilung (Kramer, 2005)

### 2.3.3 Modellierflächen

Freiformflächen lassen sich modellieren, indem flächige Basisfiguren unter primär gestalterischen Aspekten geformt werden. Der Formfindungsprozess ist gekennzeichnet von einer weitaus aktiveren Gestaltungshaltung als bei den beiden zuvor dargestellten Ansätzen. Er lässt dem Entwerfer eine Vielzahl schöpferischer Freiheiten und basiert a priori weder auf physikalischen noch auf geometrischen Gesetzmäßigkeiten. Die Bandbreite möglicher Lösungen ist somit nahezu grenzenlos. Da das Entwurfsziel nicht objektivierbar ist, sind die Ergebnisse der Formfindung kaum vorhersagbar (vgl. Trautz, 2004).

Die traditionelle, analog-experimentelle Interpretation des hiesigen Formfindungsansatzes basiert auf der Verwendung bildsamer, erhärtender bzw. plastisch verformbarer oder mechanisch bearbeitbarer Werkstoffe wie Gips, Ton, Kunststoff, Metall oder Holz. Sie beinhaltet einerseits den Vorteil der direkten Einflussnahme auf die Form durch die Verwendung gegenständlicher Werkzeuge sowie andererseits den Nachteil der fehlenden mathematischen Beschreibung der freien Form und der daher problematischen Übertragung

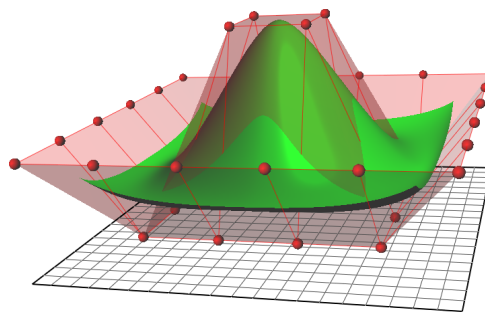


dieser vom Modell- in den Originalmaßstab. Sie kommt trotz allem noch vielfältig und erfolgreich in vorrangig frühen Entwurfsphasen zur Anwendung (vgl. Lachmi, 2004).

### Numerische Flächenbeschreibungen

Ursächlich verantwortlich für das Comeback der organischen Formen in den letzten Jahren ist jedoch die erweiterte Funktionalität allgemein verfügbarer und preiswerter CAD-Programme (vgl. Böhm, 1999). Diese ermöglichen ein nahezu unlimitiertes Modellieren am Bildschirm ohne tiefgreifende geometrische oder mechanische Hintergrundkenntnisse. Sie basieren auf approximierenden bzw. interpolierenden numerischen Flächenbeschreibungen.

Nahezu alle aktuellen CAD- bzw. Modellingsysteme basieren auf dem Flächenmodellierungsansatz NURBS. Die Krümmung einer Kurve bzw. Fläche wird dabei im Bereich zwischen zwei bekannten Flächenpunkten mittels sog. B-Spline-Basisfunktionen beschrieben. Diese werden algebraisch in Form rationaler Polynome dargestellt. Randkurven mit Randpunkten und ein Kontrollpunktnetz steuern die Form der Entwurfsfläche. Sie ermöglichen im Zusammenspiel mit sog. 'Gewichten' und nicht einheitlich segmentierten 'Knotenvektoren' die Steuerung der lokalen Geometrie in den Bereichen zwischen den Rändern (vgl. Piegel u. Tiller, 1997; Bender u. Brill, 2003; Glaeser, 2004, 2005).



**Bild 2.12:** NURBS-Fläche, definiert durch 36 Kontrollpunkte (Grafik: C. Schneider)

Großformatige, aufwändig geformte Freiformflächen lassen sich aus mehreren approximierend bzw. interpolierend beschriebenen Teilflächen zusammensetzen. Deren Ausdehnung und Form wiederum ist prinzipiell beliebig. Benachbarte Flächenelemente müssen gemeinsame, explizit geometrisch beschriebene Randlinienstücke aufweisen, um den Zusammenhang der Fläche zu sichern. Über den Grad des Polynoms der flächenbeschreibenden B-Spline-Basisfunktionen kann dabei an den Rändern benachbarter Teilflächen sowohl Tangenten- als auch Krümmungstetigkeit gesichert werden.

Ein großer Vorteil von NURBS gegenüber anderen numerischen Formbeschreibungsvarianten ist die Möglichkeit, sowohl Freiform- als auch Gemeine Flächen mathematisch zu beschreiben und darzustellen. Darüber hinaus erlaubt der Ansatz die Modellierung von Kanten bzw. Knicken in der Fläche. Es besteht ferner sogar die Möglichkeit generell oder partiell ebene Bereiche darzustellen. Bild 2.12 zeigt eine mittels NURBS modellierte Freiformfläche, inklusive des formsteuernden Kontrollpunktnetzes.

### Formsteuernde Parameter

Eine im Allgemeinen große Anzahl unabhängiger Kontrollpunkte, die in der Menge zusätzlich variierbar ist, definiert die Basis des mannigfaltigen gestalterischen Potenzials einer NURBS-Fläche. Diese Punkte sind gleichsam geometrische Objekte. Ihre Lage im Raum ist über ein Koordinaten-Tripel  $(x, y, z)$  eindeutig definiert. 'Gewichte' steuern ihre 'Wertigkeit'.

Die beschriebenen Merkmale der Kontrollpunkte verbreitern die kreative Basis von NURBS-Flächen nochmals. Die Möglichkeiten zur lokalen oder auch globalen Beeinflussung der Form sind dadurch nahezu grenzenlos. Darüber hinaus bietet sich die Möglichkeit, die Variation der Lage der Kontrollpunkte händisch oder auch algorithmenbasiert vorzunehmen. Insbesondere letzterer Ansatz wurde schon vielfach angewendet (vgl. 2.1).

### Geometrische Eigenschaften

Die geometrischen Eigenschaften von Modellierflächen sind aufgrund der o. g. umfänglichen gestalterischen Freiheiten im Formgebungsprozess kaum vorhersagbar. Oftmals wechseln sich ebene, parabolisch, elliptisch und hyperbolisch gekrümmte Teilbereiche in unregelmäßigem Rhythmus ab. Die variable Flächenkrümmung dokumentiert sich in entsprechend starken Streuungen der geometrischen Flächenparameter (vgl. Stephan u. a., 2004; Trautz, 2004).

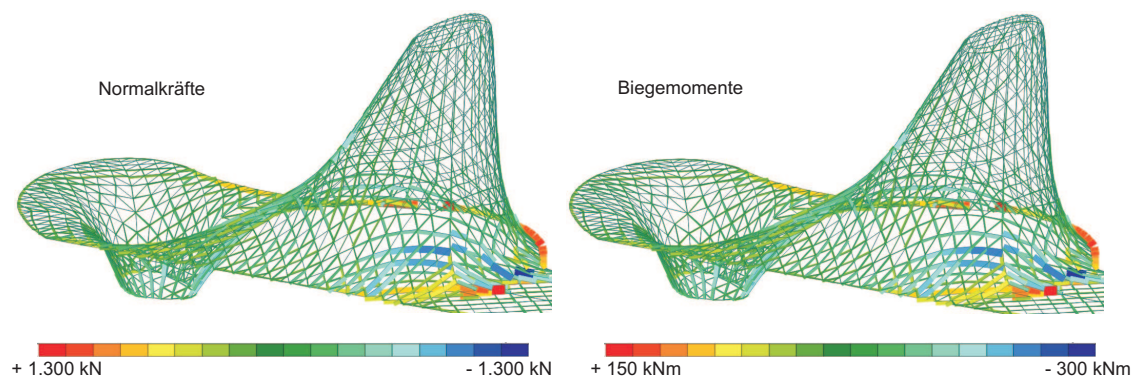


Bild 2.13: Inhomogene Schnittgrößenverteilung (Schober u. a., 2004)

### Mechanische Eigenschaften

Für die qualitative und quantitative Verteilung der Beanspruchungen über die Fläche gelten im Kern die gleichen Einschätzungen wie in Bezug auf die geometrischen Parameter. Sie ist „kaum vorhersagbar und selten gleichförmig über die gesamte Struktur“ (Stephan u. a., 2004). In der Folge variieren die individuellen Beanspruchungen der Stäbe sehr stark. Druck- und Zugbeanspruchungen wechseln sich ab und überlagern sich teilweise mit erheblichen Biegebeanspruchungen (vgl. Bild 2.13). Durch ein gezieltes geometrisches 'Feintuning' besteht jedoch die Möglichkeit, Modellierflächen mechanisch positiv zu beeinflussen (vgl. Schober u. a., 2004).

## 2.4 Geometrische Flächennetze

*Flächennetze* sind Strukturen aus *Knotenpunkten* und *Kanten*, die geschlossene *Maschen* bilden. Sie bieten eine Option freie Formen in mathematisch diskreter, geometrisch approximierender Art und Weise zu beschreiben. Die Maschen repräsentieren eine endliche Anzahl von Teilflächen, die sich entlang gemeinsamer Randkanten berühren, was wiederum den Verbund der globalen Fläche sichert. Die Struktur eines Netzes ist von wesentlicher Bedeutung in Bezug auf seine geometrischen und statischen bzw. kinematischen Eigenschaften.

Im Kontext der vorliegenden Arbeit wird präzisierend der Begriff des *Geometrischen Flächennetzes* eingeführt. Dieser ermöglicht eine klare Abgrenzung gegenüber solchen flächi-

gen Netzen mit ergänzenden Referenzachsen, die zur Positionierung konstruktiver Stabnetzellemente dienen (vgl. 2.5).

### 2.4.1 Netzstrukturen

Im Sinn eines Modells sind Netze im Allgemeinen zusammenhängende Gebilde, aufgebaut aus einer beliebigen Anzahl von Knoten, die durch Kanten miteinander verbunden sind. Knoten und Kanten sind die zwei Basiselemente jeglicher Netze und zunächst bedeutungsfrei. Nach der Art der Verbindung lassen sich verschiedene Netzarten benennen. Dazu zählen beispielsweise Linien-, Verzweigungs- oder Flächennetze (vgl. Bild 2.14).



**Bild 2.14:** Leitungsnetz Thüringen | Flussnetz Deutschland | Seilnetz

*Geometrische Flächennetze* sind dadurch gekennzeichnet, dass ihre Kanten ausschließlich geschlossene Maschen ausbilden. Sie werden daher manchmal auch als Maschennetze bezeichnet und repräsentieren eine diskrete Art der Flächenbeschreibung, da die Anzahl der Maschen bzw. Teilflächen im praktischen Sinn immer endlich ist. Darüber hinaus trägt die netzartige Flächendarstellung approximierende Züge, da nicht mehr jeder Flächenpunkt, sondern nur noch die Knotenpunkte des Netzes in ihrer Lage definiert sind. Aus Gründen der geometrischen Vereinfachung werden die Netzkanten im Regelfall als Geraden interpretiert. Sofern Flächennetze geschlossene Volumina beschreiben, haben sie eine Außen- und eine Innenseite (vgl. Neureither, 1992).

Eine allgemeine numerische *Netzbeschreibung* besteht aus der topologischen Abbildung der Kanten-Knoten-Struktur und einer geometrischen, physikalischen oder sonstigen Interpretation dieses Zusammenhangs. Die zweiteilige Charakterisierung beinhaltet eine Reihe von Vorteilen, u. a. in Bezug auf die rechentechnische Verarbeitung der netzbeschreibenden Daten. Dieser Sachverhalt ist eine wesentliche Ursache für die weitreichende und zunehmende Verbreitung von Netzmodellen. Auch im Kontext der vorliegenden Arbeit ist die duale Form der Netzbeschreibung von wesentlicher Bedeutung.

#### Merkmale

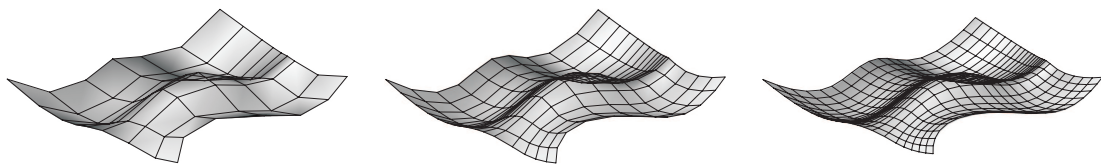
Die *Maschenform* ist bei geraden Randkanten stets ein beliebig geformtes Polygon. In Abhängigkeit der Anzahl der Eckpunkte ergeben sich verschiedene *Maschentypen*. Diese kennzeichnen den *Flächennetztyp*. Innerhalb eines Flächennetzes können prinzipiell unterschiedliche Maschentypen und -formen auftreten. Aus ästhetischen Gründen werden im architektonisch-konstruktiven Kontext jedoch vorwiegend homogene Drei- oder Viereckmaschennetze angewendet.

Der *Grad des Knotens* kennzeichnet die Anzahl der an einem Knoten angeschlossenen Kanten. Bei dreieckmaschigen Netzen schließen im Normalfall sechs Netzkanten an einem

Knotenpunkt an. Bei Vierecknetzen sind es vier und bei Sechsecknetzen drei. Im Ausnahmefall können bei Flächennetzen mit Dreiecksmaschen an einem Knotenpunkt auch mehr als sechs Kanten enden.

Die *Ebenheit* ist ein wichtiges geometrisches Merkmal der Maschen. Bei Dreiecksmaschen ist diese immer gegeben, da drei Punkte immer eine Ebene im Raum definieren. Alle anderen Polygone sind nicht notwendigerweise eben. Bei ihnen stellt die Ebenheit einen geometrischen Sonderfall dar. Figuren mit ausschließlich ebenen Oberflächen werden als Polyeder („Vielfache“) bezeichnet.

Die *Verschieblichkeit* ist ein im mechanischen Sinn bedeutsames Charakteristikum von Maschen. Es ist von wesentlicher Bedeutung insbesondere im Kontext von in den Knoten gelenkig verbundenen Flächennetzstrukturen. Dreieckige Maschen bilden den einzigen unverschieblichen Maschentyp. Alle anderen sind verschieblich und können ohne ergänzende konstruktive Maßnahmen nicht als Tragwerk verwendet werden.



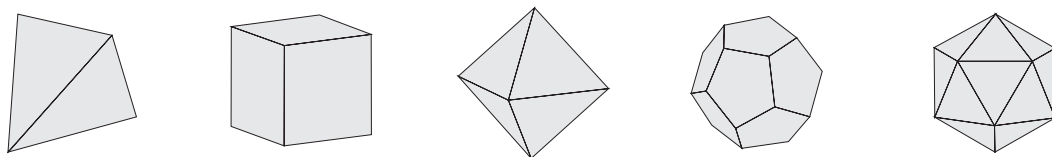
**Bild 2.15:** Freiformfläche mit unterschiedlichen Maschenweiten

Die *Maschenweite* ist abhängig von der Anzahl der Teilflächen einer gegebenen Gesamtfläche. Das Verhältnis beider definiert den Approximationsgrad der Fläche. Dieser kennzeichnet die Abweichung der polygonalen von der gekrümmten Oberfläche (vgl. Bild 2.15). Die Maschenweite direkt verglaste Stabnetze wird limitiert durch die Dimensionen der gläsernen Hüllelemente. Sie ist darüber hinaus auch von wesentlicher Bedeutung in Bezug auf die Anzahl der Stäbe und Knotenelemente und damit auf den Fertigungsaufwand der Gesamtstruktur.

### Besondere Flächennetze

Flächennetze mit gleich langen Kanten bilden geometrische Sonderfälle. Sie beinhalten wesentliche Vereinfachungen in Bezug auf die Datenvielfalt zur numerischen Netzbeschreibung. Ihre Struktur ist absolut regelmäßig, was zu strikt rhythmischen Figuren führt.

Die Gliederung ebener Flächen in Maschen mit gleich langen Kanten bietet nur drei Lösungen: gleichseitige Dreiecke, Quadrate und regelmäßige Sechsecke. Die Summe der Innenwinkel aller sich in einem Knotenpunkt berührenden Elemente ist in diesen Fällen  $360^\circ$ . Damit ist der flächige Zusammenhang gewährleistet. Darüber hinaus bilden sog. Parkettierungen Lösungen zur Gliederung ebener Flächen durch Verwendung gleicher Elemente mit unterschiedlichen Kantenlängen (vgl. Glaeser, 2005, S. 328).



**Bild 2.16:** Platonische Körper

Die fünf *platonischen Körper* sind die einzigen Flächennetze mit gleich langen Kanten zur Beschreibung räumlicher Figuren. Sie beschreiben regelmäßige konvexe Polyeder, die dadurch charakterisiert sind, dass ihre Seitenflächen zueinander kongruente regelmäßige Vielecke sind, von denen in jeder Ecke jeweils gleich viele zusammentreffen. Bild 2.16 zeigt den Tetraeder, den Hexaeder, den Oktaeder, den Dodekaeder und den Ikosaeder.

### 2.4.2 Topologische Merkmale

Die *Topologie* beschreibt die Lagebeziehungen geometrischer Objekte im Raum. Deren Dimension, Funktion oder Lageparameter ist bzw. sind dabei ohne Bedeutung. Die topologische Netzbeschreibung ist gleichsam das gemeinsame Bindeglied aller Netze. Sie basiert auf den Erkenntnissen der Graphentheorie.

Die *Graphentheorie* beschäftigt sich mit der Beschreibung und Analyse von Kanten-Knoten-Strukturen. Eine Menge von Punkten (Knoten), die eventuell durch Linien (Kanten) miteinander verbunden sind, wird dabei allgemein als *Graph* bezeichnet. Dieser ist grundlegend unabhängig von seiner Metrik definiert. Die Lage der Knoten im Raum bzw. die Form der Kanten ist somit prinzipiell bedeutungslos. Darüber hinaus ist ein Graph durch die Angabe seiner Knoten- und Kantenmenge sowie durch die Indizenzabbildung seiner Knoten eindeutig definiert. Letztere ordnet jeder Kante zwei Knoten zu: einen Anfangs- und einen Endknoten.

Die Graphen, welche im Kontext der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommen, sind *ungerichtet* und *endlich*. Die Kanten weisen dementsprechend keine Richtungsorientierung auf. Die zu definierenden Elementmengen sind quantitativ begrenzt.

#### Konsistenzbedingungen

Die strukturellen Merkmale von und Wechselbeziehungen in Graphen lassen sich mit Hilfe von Regeln beschreiben. Dabei gelten einige Gesetzmäßigkeiten für allgemeine Graphen, andere wiederum nur für spezielle Typen. Im Kontext der vorliegenden Arbeit sind insbesondere die Konsistenzbedingungen von Flächennetzen bedeutsam (vgl. Neureither, 1992).

- Alle Knoten besitzen mindestens den Grad 2.
- Es dürfen keine Mehrfachkanten auftreten.
- Kanten im Inneren des Graphen gehören genau zu zwei benachbarten Maschen.
- Kanten, die nur zu einer Masche gehören, sind Randkanten.
- Die Randkanten bilden mindestens einen geschlossenen Kantenzug. Dieser stellt den Außenrand dar. Bei Vorliegen mehrerer Kantenzüge stellen die weiteren Züge Innenränder von Löchern dar.

#### Elementbeziehungen

Durch Anwendung verschiedener Termini und Definitionen der Graphentheorie lassen sich Flächennetze mathematisch interpretieren und bearbeiten. Zwischen deren Grundelementen bestehen spezielle logische Nachbarschafts- und Verknüpfungsbeziehungen. Dabei werden Bezüge zwischen gleichartigen und zwischen verschiedenartigen Strukturelementen unterschieden (vgl. Neureither, 1992).

*Inzidenz* bezeichnet eine Beziehung zwischen Knoten und Kanten in einem ungerichteten Graph. Ein Knoten heißt in einem ungerichteten Graph inzident mit einer Kante, wenn er von dieser Kante berührt wird, das heißt, wenn diese ihn enthält.

*Adjazenz* bezeichnet eine Beziehung zwischen Knoten oder Kanten in einem ungerichteten Graph. Zwei Knoten heißen in einem ungerichteten Graph adjazent oder benachbart, wenn sie in diesem durch eine Kante verbunden sind. Zwei Kanten heißen adjazent oder benachbart, wenn sie sich an einem Knoten berühren.

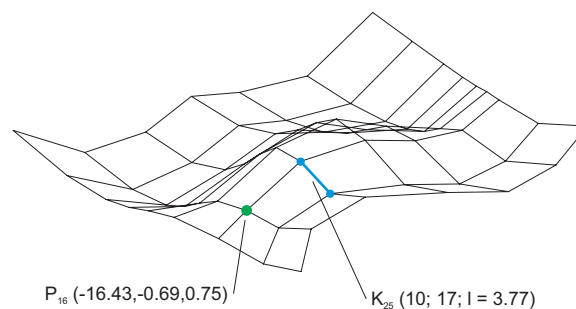
Für Flächennetze lassen sich sechs Inzidenz- und drei Adjazenzbeziehungen benennen. Diese lassen sich allesamt aus der Basis-Inzidenz-Relation zwischen einer Kante und ihren Anfangs- und Endknoten ableiten.

- Inzidenz: Knoten und alle an ihm endenden Kanten
- Inzidenz: Knoten und alle Maschen, denen er angehört
- Inzidenz: Kante und ihr Start- und Endknoten
- Inzidenz: Kante und zwei an ihr benachbarte Maschen
- Inzidenz: Masche und ihre Eckknoten
- Inzidenz: Masche und ihre Randkanten
- Adjazenz: Knoten und Nachbarknoten
- Adjazenz: Kante und Nachbarkanten im gleichen Knoten
- Adjazenz: Masche und Nachbarmaschen

### 2.4.3 Geometrische Eigenschaften

Der zweite Teil der Beschreibung von Flächennetzen beinhaltet die Darstellung der geometrischen Informationen, die sich aus der Lage der Knoten und Kanten sowie deren Verknüpfung zu Maschen ableiten lassen.

Knotenpunkte sind im geometrischen Sinn nulldimensionale Elemente. Sie kennzeichnen *Orte* im Raum. Ihre Beschreibung erfolgt i. d. R. durch ein Koordinaten-Tripel  $(x, y, z)$ , welches auf einem kartesischen Koordinatensystem basiert (vgl. Bild 2.17).



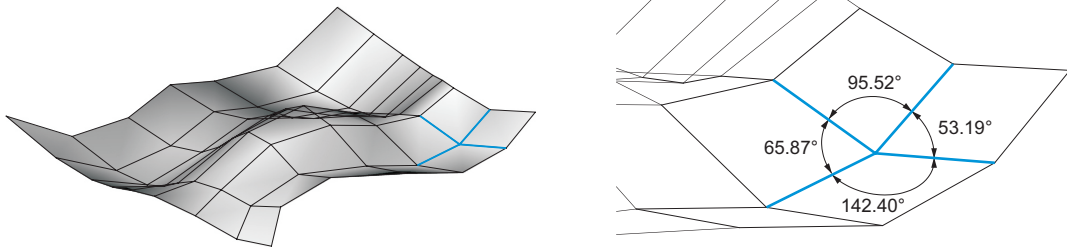
**Bild 2.17:** Basisnetzelemente und -informationen

Kanten sind eindimensionale Elemente. Im vorliegenden Zusammenhang haben sie die Form von Geraden. Ihr primäres geometrisches Merkmal ist die *individuelle Länge*. Diese ist definiert über den räumlichen Abstand zwischen Anfangs- und Endknoten (vgl. Bild 2.17).

#### Nachbarkantenwinkel

An jedem Knoten eines Flächennetzes enden mindestens zwei Kanten (vgl. 2.4.2). Diese schließen, wie zwei sich schneidende, beliebig ausgerichtete Geraden im Raum, einen räumlichen Winkel ein (Bild 2.18), welcher im Folgenden als *Nachbarkantenwinkel*  $\phi_m$

bezeichnet wird. Er markiert den 'Basiswinkel' der lokalen Knotengeometrie. Seine individuelle Dimension ist direkt abhängig von der Maschengeometrie und damit von der Art und Weise der Vernetzung (vgl. 2.4.4).



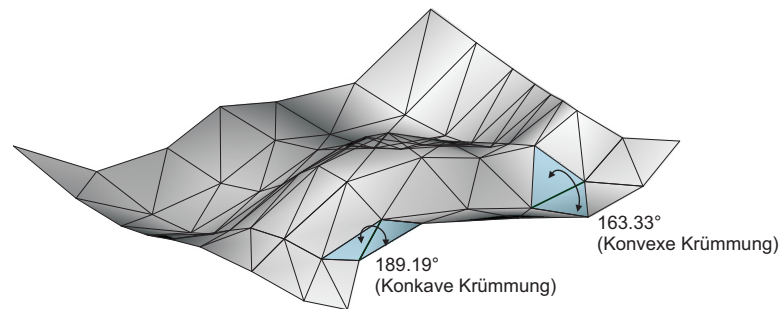
**Bild 2.18:** Nachbarkantenwinkel (Elliptisch gekrümmter Netzknoten)

Die Anzahl der Winkel  $\phi_m$  an einem Knoten ist in jedem Fall gleich der Anzahl der dort endenden Kanten. In Bezug auf ihre knotenbezogene Summe der Nachbarkantenwinkel  $\phi_m$  können drei Status klassifiziert werden, welche die lokale Flächennetzkrümmung kennzeichnen (vgl. Alber u. Gabriel, 1983, S. 4).

1.  $\phi_m < 360^\circ$  - elliptische Krümmung
2.  $\phi_m = 360^\circ$  - Ebenheit oder nur zwei Kanten am Knoten
3.  $\phi_m > 360^\circ$  - hyperbolische Krümmung

### Nachbarmaschenwinkel

Zwischen zwei an einer Kante benachbarten planaren Maschen kann ein weiterer Winkel identifiziert werden. Dieser wird im Folgenden als *Nachbarmaschenwinkel*  $\kappa_m$  bezeichnet. Seine Dimensionen sind in starkem Maße von der Struktur des Netzes und der Krümmung der Fläche abhängig (vgl. Bild 2.19).



**Bild 2.19:** Nachbarmaschenwinkel

Die Dimensionen der Winkel werden im Kontext der vorliegenden Arbeit mit Bezug auf die *Außenseiten* der Maschen ermittelt. Letztere markieren die Verglasungsebene des intendierten Stabnetzes. Die Nachbarmaschenwinkel  $\kappa_m$  können als Parameter der Flächenkrümmung orthogonal zur Netzkante interpretiert werden. Wiederum lassen sich drei Status identifizieren.

1.  $\kappa_m < 180^\circ$  - konvexe Krümmung
2.  $\kappa_m = 180^\circ$  - keine Krümmung (Ebenheit)
3.  $\kappa_m > 180^\circ$  - konkave Krümmung



### 2.4.4 Netzgenerierung

Der Zusammenhang zwischen der geschlossenen Flächenform und dem flächengliedernden Netz ist ein wichtiges Element des konstruktiven Entwurfsprozesses. Die Art der Erzeugung des Netzes ist von wesentlicher Bedeutung in Bezug auf seine topologischen Merkmale und geometrischen Parameter. Es sind diesbezüglich zwei prinzipiell unterschiedliche Vorgehensweisen bekannt, die unterschiedliche Optionen zur gezielten Beeinflussung der Flächennetzeigenschaften bieten.

#### Netz als Teil des Formfindungsvorgangs

Bei nahezu allen Methoden zur Formfindung von Beweg- und Gleichgewichtsflächen ist ein Netz ein wesentlicher Bestandteil des Verfahrens. Es tritt bei der erstgenannten Variante in indirekter und bei der letztgenannten zumeist in direkter Form auf. Beiden Ansätzen gemein ist, dass durch die Definition der grundlegenden Randbedingungen der Formfindung die Eigenschaften des Netzes weitgehend gesteuert werden.

Bewegflächennetze basieren auf der Unterteilung der Erzeugenden und ihrer sequentiellen Translokation. Sie beinhalten unabhängig von der Art der Bewegung ansatzbedingt nur Viereckmaschen. An einem Netzknoten münden dementsprechend immer vier Kanten. Die Netzmaschen sind im Regelfall nicht eben. Dieser Zustand kann jedoch erreicht werden, wenn bestimmte Randbedingungen bei der Translation der Erzeugenden eingehalten werden. Darüber hinaus bilden Viereckmaschen im mechanischen Sinn bei gelenkiger Knotenverbindung eine Gelenkkette. Bei konstruktiver Interpretation ist die Netzstruktur somit verschieblich und muss ausgesteift werden (vgl. 2.3.1).

Das Basisnetz von Gleichgewichtsflächen besteht im Allgemeinen aus verschieblichen, regelmäßigen Vier- oder Sechseckmaschen. Um vom meist planaren Anfangs- in den räumlich gekrümmten Endzustand zu kommen, müssen sich entweder die eingangs zumeist identischen Winkel zwischen den äquidistanten Netzkanten oder die Längen der Netzkanten selbst ändern können. Beide Vorgänge führen zu verzerrten Maschen. Ein Grenzzustand ist dabei an der Stelle erreicht, an der alle Eckknoten einer Masche einen kollinearen Zustand einnehmen. Alle Maschen von Gleichgewichtsnetzen sind ferner nicht eben, von individueller Form und in der Fläche verschieblich. Zur Realisierung einer tragfähigen Struktur müssen diese ebenfalls konstruktiv ausgesteift werden (vgl. 2.3.2).

#### Nachträglich applizierte Netze

Bei Modellierflächen ist ein Flächennetz kein expliziter Bestandteil der Flächenbeschreibung. Es muss dementsprechend nachträglich auf die Oberfläche appliziert werden. Der zugehörige Vorgang wird als *Vernetzung*, *Netzgenerierung* oder auch als *Tessellation* bezeichnet.

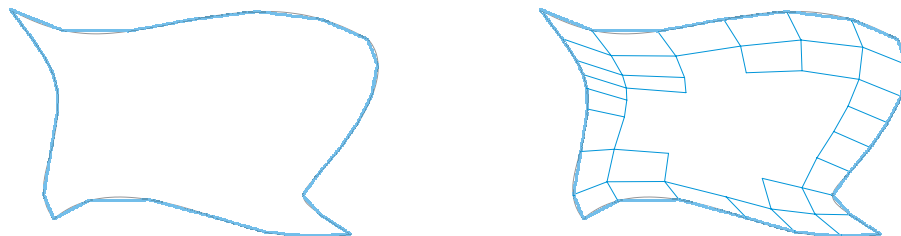


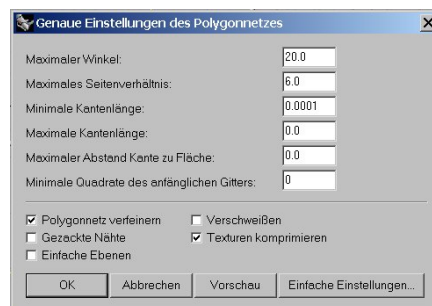
Bild 2.20: Advancing-Front-Methode

Die vollständige numerische Beschreibung einer Fläche beinhaltet in jedem Fall die Charakterisierung ihres Randes und die Option zur Bestimmung beliebiger Punkte auf ihr.



Damit besteht die Möglichkeit, die Flächen- in eine Netzdarstellung zu transformieren bzw. ein Netz „auf die Fläche zu legen“. Im vorliegenden Kontext sind insbesondere die sog. *Advancing-Front-Methoden* von Bedeutung. Deren Prinzip basiert auf einer Umwandlung der geschlossenen Randkurve in einen Polygonzug und einer Vernetzung von dessen Punkten aus zur 'Mitte' der Fläche hin (vgl. Bild 2.20). Die Methodik ist dadurch gekennzeichnet, dass sie Knoten und Kanten gleichzeitig generiert (vgl. George, 1991; Rank u. a., 1994; Bender u. Brill, 2003).

Die Generierung von Punkten auf der Fläche kann bei den Advancing-Front-Methoden gezielt gesteuert werden. Damit bieten diese erhebliche Gestaltungsspielräume in Bezug auf Netztopologie und -geometrie. Die zugehörigen Algorithmen sind zumeist in Software-Werkzeugen abgebildet und werden als *Netzgeneratoren* bezeichnet. Bild 2.21 zeigt die Eingabemaske des Netzgenerators des Programmsystems RHINOCEROS. Diese offenbart vielfältige Möglichkeiten zur Netzsteuerung. Gleichzeitig wird deutlich, dass es kaum möglich ist, generalisierende Merkmale solcher Flächennetze zu benennen.



**Bild 2.21:** Formular zur Steuerung des Rhino-Netzgenerators

Für die Vernetzung architektonischer Freiformflächen, welche mit Hilfe parametrischer, verglaster Stabnetze realisiert wurden, ist nur ein Projekt bekannt, bei dem ein speziell konzipierter Netzgenerator zur Anwendung kam (vgl. Schlaich u. a., 2001). Für andere Projekte wurden projektive sowie händische Verfahren zur Vernetzung beschrieben (vgl. Sanchez, 2002; Schober u. a., 2004).

### 2.4.5 Netzmanipulation

Die geometrischen und mechanischen Merkmale von Flächennetzen sind maßgeblich von der Art der Formfindung und den damit verbundenen Möglichkeiten zur Netzsteuerung abhängig (vgl. 2.4.4). Eine *Netzmanipulation* zielt im Sinn einer Nachbearbeitung auf die bewusste Beeinflussung dieser Eigenschaften. *Bender* und *Brill* klassifizieren diesbezüglich vier prinzipielle Ansätze (2003). Im hiesigen Kontext muss das Flächennetz im Ergebnis von Vernetzung und Netzmanipulation so strukturiert sein, dass es sowohl statischen Erfordernissen als auch den ästhetischen Ansprüchen genügt.

#### Ergänzende Unterteilung

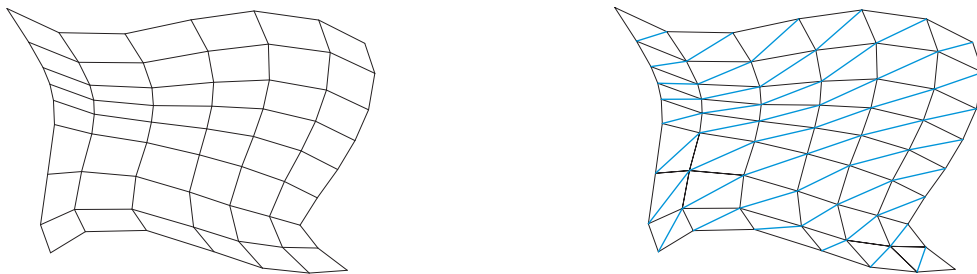
Eine Möglichkeit zur Netzmanipulation besteht in der Verfeinerung 'grober' Netze durch Ergänzung von Knoten oder Teilung von Kanten. Die Position der 'neuen' Punkte wird dabei auf der Basis relativer Bezüge zu den vorhandenen Elementen bestimmt. In der Folge ändern sich sowohl die Netztopologie als auch -geometrie.

### Verschiebung der Knoten

Dieser Ansatz verfolgt das Ziel, einzelne Knotenpunkte auf der zugehörigen Fläche zu verschieben. Er ist somit nur anwendbar, wenn deren numerische Beschreibung auch außerhalb des Knotenpunktes vorliegt. Die Methodik beeinflusst nicht die Struktur bzw. Topologie des Netzes, sondern nur seine lokalgeometrischen Eigenschaften.

### Variation der Elementzahl

Durch Ergänzung oder Elimination von Elementen kann das Netz verdichtet bzw. ausgedünnt werden. Der Ansatz zielt primär auf eine Veränderung der Netztopologie. Er hat jedoch gleichsam eine Variation der Geometrie einzelner Elemente zur Folge. Wichtig ist dabei, dass die Berandung der Fläche nicht verändert wird. Mögliche Varianten zur Variation sind: das Teilen von Maschen durch Einfügen von Kanten, das Entfernen von Punkten oder das Kollabieren von Kanten bzw. Maschen (vgl. Bild 2.22).



**Bild 2.22:** Variation der Elementzahl durch Einfügen von Diagonalen

### Variation der Elementbezüge

Eine weitere Möglichkeit zur Netzmanipulation besteht in der Modifikation der Basis-Inzidenz-Beziehung von Kanten (vgl. 2.4.2) durch Änderung der Anfangs- und Endpunkte der Kanten. Ein Beispiel dafür ist die Substitution der Diagonalenrichtung in viereckmaschigen Netzen.

## 2.5 Konstruktive Flächennetze

Freie Flächengeometrien mit beliebig wechselnden Krümmungen bedingen geometrisch individuelle Flächennetze (vgl. 2.4.4). Diese sind gekennzeichnet vom Fehlen eines globalen Bezugspunkts bzw. einer globalen Bezugsachse. Zur eindeutigen Positionierung nicht kreiszylindrischer Stäbe und nicht kugelförmiger Knoten ist es somit notwendig, ergänzende Netzelemente mit lokalem Bezug zu generieren (vgl. Stephan u. a., 2004). Das Ergebnis dieses Vorgangs wird im Folgenden als *konstruktives Flächennetz* bezeichnet.

Entsprechend dem prinzipiellen Aufbau des Stabnetzes sind separate *Referenzachsen* für Knoten und Stäbe erforderlich. Die lokalen topologischen Relativbeziehungen zwischen den vorhandenen Elementen des geometrischen Flächennetzes bilden eine konsistente Grundlage zu deren Bestimmung (vgl. 2.4.2). Dabei ist es wichtig, dass die Berechnungsalgorithmen unabhängig von der Lage des Knotens bzw. Stabs im Netz anwendbar sind.

### 2.5.1 Knotenachse

Die Knotenpunkte sind die dimensionslosen Basiselemente geometrischer Flächennetze. Ein Koordinaten-Tripel  $(x, y, z)$  kennzeichnet ihre Lage im Raum. Anzahl, Anordnung

und Ausrichtung der Kanten relativ zum inzidenten Knoten sind das Ergebnis von Netzgenerierung und -manipulation (vgl. 2.4.4 u. 2.4.5).

Die am Knotenpunkt endenden Netzkanten intendieren die grundlegende Längsachsenausrichtung der Stäbe. Sie weisen einen von der Flächenkrümmung abhängigen, radialen Bezug zu diesem auf. Dieser hat zur Folge, dass auch die Knotenelemente eine flächig zentrierte Struktur implizieren. Zu ihrer Positionierung ist somit die Generierung einer linearen *Knotenachse* erforderlich, welche den Knotenpunkt schneidet und die 'Rotationsachse' repräsentiert. Bisher sind zwei Ansätze zur Bestimmung individueller Knotenachsrichtungen bekannt.

### Ansatz K1

Der Ansatz  $\langle K1 \rangle$  basiert auf der inzidenten Beziehung eines Knotenpunktes zu allen an ihm endenden Kanten. Die vektorielle Interpretation dieses Sachverhalts ermöglicht die Anwendung vektoralgebraischer Methoden zur Bestimmung einer Knotenachse. Jede Netzkante kennzeichnet demzufolge Richtung und Betrag des Vektors. Dessen nicht definierter Richtungssinn wird im hiesigen Kontext als „vom Knoten weg positiv“ angenommen. Durch Addition der normierten *Kantenvektoren* kann so eine individuelle Knotenachse im Sinn eines resultierenden Vektors ermittelt werden (Bild 2.23, links). Die Normierung nivelliert dabei den Einfluss unterschiedlich langer Netzkanten (vgl. Sischka u. a., 2001).

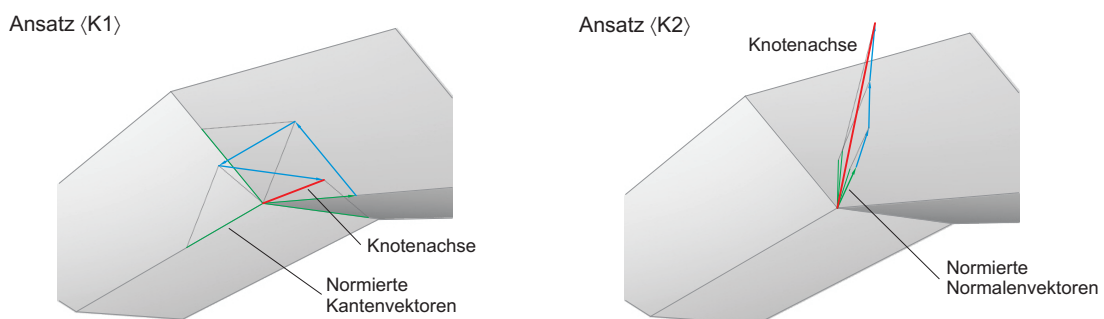


Bild 2.23: Generierung individueller Knotenachsen

### Ansatz K2

Der Ansatz  $\langle K2 \rangle$  fußt formal auf der inzidenten Beziehung eines Knotenpunktes zu den Maschen, denen er angehört. Sind letztere eben, lässt sich eine auf der Fläche senkrecht stehende *Maschennormale* bestimmen. Wiederum durch vektorielle Interpretation dieser Konstellation am Knoten und Addition der normierten Normalenvektoren lässt sich eine unikate Knotenachse im Sinne eines resultierenden Vektors ermitteln (Bild 2.23, rechts). Auch hier beseitigt die Normierung den Einfluss unterschiedlich langer Normalenvektoren auf die Ausrichtung der Referenzachse (vgl. Stephan u. a., 2004).

Ergänzend muss angemerkt werden, dass der Ansatz  $\langle K2 \rangle$  auch dann anwendbar ist, wenn die Planarität der Maschen, wie im Fall allgemeiner Vierecksmaschen, nicht gegeben ist. Hintergrund dessen ist die vektoralgebraische Bestimmung der Maschennormalen mit Hilfe des Kreuzprodukts zweier Kantenvektoren. Damit relativiert sich die Bezeichnung 'Maschennormale' und gleichzeitig der eingangs zitierte topologische Bezug zwischen Knoten und Maschen zugunsten eines ausnahmslos anwendbaren Berechnungsalgorithmus.

### Knotenebene

Auf der Basis einer unikativen Knotenachse lässt sich an jedem Knotenpunkt eine Ebene identifizieren, die diesen beinhaltet und orthogonal zur ihm ausgerichtet ist. Sie wird nach-

folgend als *Knotennormalenebene* oder vereinfachend als *Knotenenebene* bezeichnet. Darüber hinaus ist die Richtung der Knotenachse für das weitere Vorgehen überaus bedeutsam. Sie wird hiermit als „nach außen positiv“ definiert (vgl. Bild 2.24).

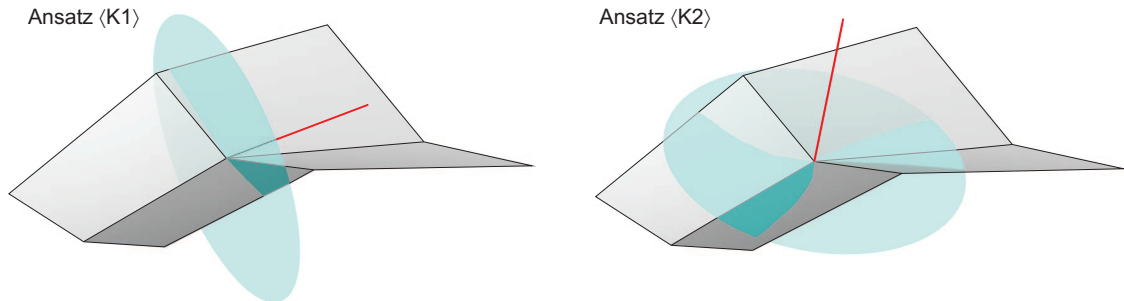


Bild 2.24: Knotennormalenebenen bei unterschiedlichen Knotenachsrichtungen

### 2.5.2 Kantenormale

Jede Kante repräsentiert eine Referenzachse zur Ausrichtung des zugeordneten Stabes in Längsrichtung. Dieser muss vor konstruktivem Hintergrund, wie später zu zeigen sein wird, einen polygonalen Querschnitt aufweisen. Zur konsistenten Positionierung des Stabes ist daher die Generierung einer orthogonal zur Kante ausgerichteten *Kantenormale* erforderlich. Die topologischen Beziehungen zwischen den Basiselementen Geometrischer Flächennetze bilden wiederum die Grundlage für deren Bestimmung (vgl. 2.4.2).

#### Ansatz Q1

Die einzige bis dato publizierte Methodik zur Bestimmung einer kantenindividuellen Querachse basiert auf der Inzidenzbeziehung zwischen einer Kante und den zwei an ihr benachbarten Maschen. Sofern diese Netzmaschen eben sind, lässt sich zwischen ihnen der Nachbarmaschenwinkel  $\kappa_m$  identifizieren (Bild 2.25, links). Die zugehörige Winkelhalbierende wiederum definiert die Lage der Kantenormale (vgl. Stephan u. a., 2004).

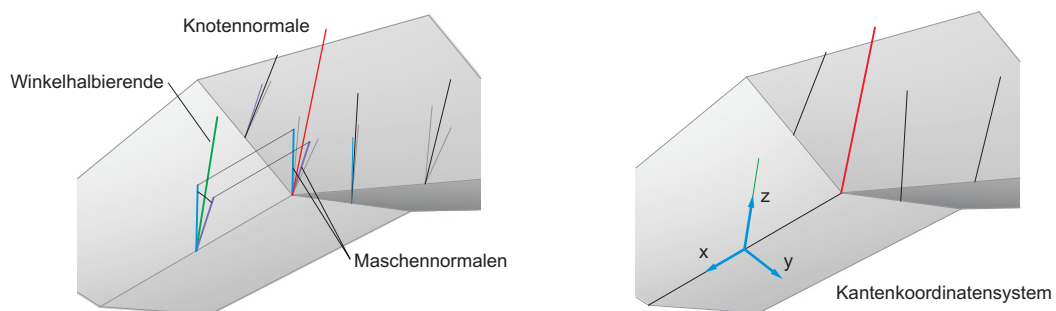


Bild 2.25: Bestimmung einer Kantenormale | Kantenkoordinatensystem

#### Kantenkoordinatensystem

Auf der Grundlage von Netzkante und Kantenormale bietet sich schließlich die Möglichkeit, auch eine dritte Achse zu benennen, welche orthogonal zu beiden ausgerichtet ist. Alle drei Bezugslinien bilden die Achsen eines kartesischen *Kantenkoordinatensystems*. Entsprechend den in der Mechanik üblichen Konventionen wird nachfolgend die Netzkante als x-Achse, die Kantenormale als z-Achse und die zugehörige dritte Achse als y-Achse bezeichnet (Bild 2.25, rechts).

### 2.5.3 Polare Winkel

Die unter 2.5.1 bzw. 2.5.2 dargestellten Referenzachsen repräsentieren zusätzliche, lineare, konstruktiv intendierte Elemente im geometrischen Flächennetz. Sie transformieren es zum konstruktiven Flächennetz und stehen gleichsam in einem topologischen wie auch geometrischen Verhältnis speziell zu seinen Kanten. Die entsprechenden knotenbezogenen Lagebeziehungen lassen sich in Form dreier polarer Winkel beschreiben (vgl. Stephan u. a., 2004; Ruth u. Stahr, 2005). Diese repräsentieren ergänzende *geometrische Indikatoren* zur detaillierteren Beschreibung der individuellen Situation am Knotenpunkt.

#### Neigungswinkel

Das Verhältnis zwischen der Knotenachse und jeder der am Knoten endenden Kanten ist im geometrischen Sinn das zweier sich schneidender Geraden. Zwischen solchen lässt sich in jedem Fall ein Winkel ermitteln (Bild 2.26). Dieser wird im Folgenden als *Neigungswinkel*  $\alpha_{n,m}$  bezeichnet, da er die Neigung einer Kante bzgl. der Knotenachse charakterisiert. Der Begriff substituiert damit den bisher gebräuchlichen Terminus des 'Vertikalwinkels' in präzisierender Form (vgl. Stephan u. a., 2004).

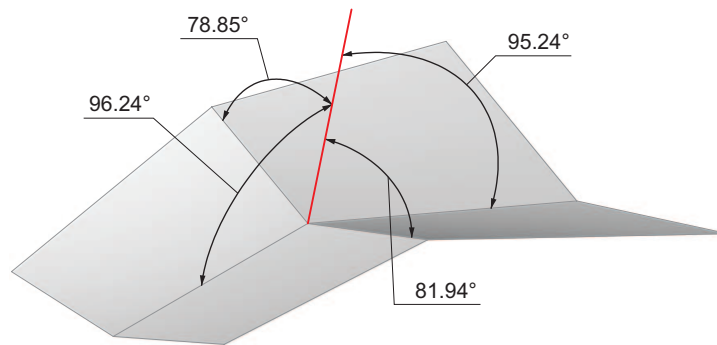


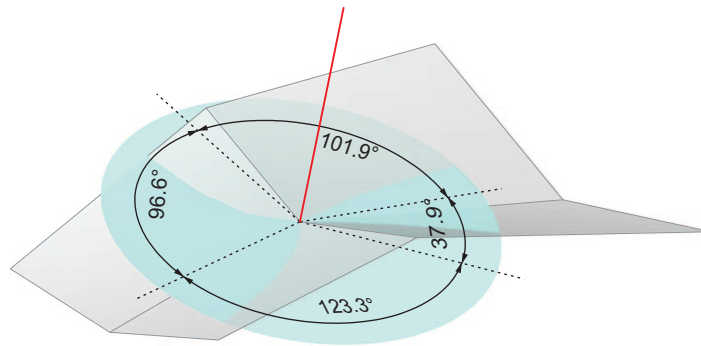
Bild 2.26: Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$

Aufgrund der individuellen Geometrie des Flächennetzes ergeben sich in der Regel zwischen der Knotenachse und den angeschlossenen Netzkanten unikate Neigungswinkel. Die variablen Dimensionen der Neigungswinkel lassen Rückschlüsse auf die lokale Krümmung des Flächennetzes zu. In Anlehnung an die diesbezügliche Systematisierung in Abschnitt 2.4.3 lassen sich vier Zustände unterscheiden.

- $\alpha_{n,m} < 90^\circ$  - konkav-elliptische Krümmung („Delle“)
- $\alpha_{n,m} = 90^\circ$  - keine Krümmung („Ebene“ = Ausnahmefall)
- $\alpha_{n,m} > 90^\circ$  - konvex-elliptische Krümmung („Beule“)
- $\alpha_{n,m} < 90^\circ \cup \alpha_{n,m} > 90^\circ$  - hyperbolische Krümmung („Sattel“)

#### Sektorwinkel

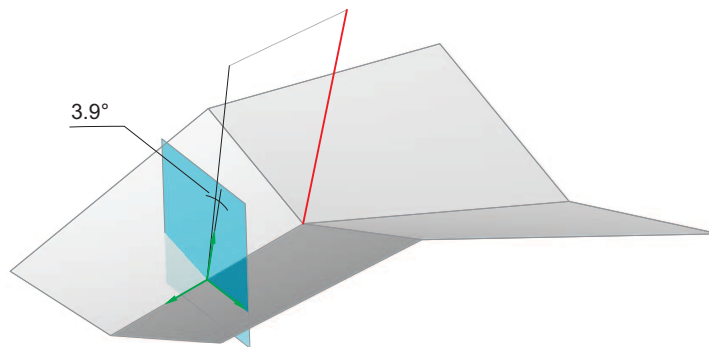
Durch Projektion aller am Knoten endenden Kanten in die Knotenebene wird deren räumliche Ausrichtung in den ebenen Kontext überführt. Da alle Netzkanten im Knotenpunkt enden, lässt sich zwischen zwei benachbarten Kanten in jedem Fall ein Winkel bestimmen (Bild 2.27). Dieser wird im Folgenden als *Sektorwinkel*  $\beta_{n,m-m}$  bezeichnet, da er ein Segment der radialen Kantenausrichtung beschreibt. Der Terminus ist synonym mit dem in der Literatur bisher gebräuchlichen Begriff des 'Horizontalwinkels' und konkretisiert den dargestellten Sachverhalt (vgl. Stephan u. a., 2004).

Bild 2.27: Sektorwinkel  $\beta_{n,m-m}$ 

Auch die Sektorwinkel am Knoten sind aufgrund der geometrisch variablen Netzstruktur nicht konstant. Alle Sektorwinkel addieren sich knotenbezogen zum Vollwinkel von  $360^\circ$ . An Randknoten können auch überstumpfe Winkel ( $\beta_{n,m-m} > 180^\circ$ ) auftreten.

### Rotationswinkel

Die Kantennormale (z-Achse) und die y-Achse des Kantenkoordinatensystems (vgl. 2.5.2) definieren eine zur Netzkante orthogonale Ebene im Raum, auf welche die Knotenachse projiziert werden kann. Da diese und die Kantennormale sich im Ursprung des Koordinatensystems schneiden, bietet sich die Möglichkeit, einen weiteren polaren Winkel zu bestimmen, welcher nachfolgend als *Rotationswinkel*  $\gamma_{n,m}$  bezeichnet wird (Bild 2.28). Der Begriff ist gleichbedeutend mit dem des 'Verdrehwinkels', welcher in der Literatur bisher gebräuchlich war (vgl. Stephan u. a., 2004).

Bild 2.28: Rotationswinkel  $\gamma_{n,m}$ 

Selbstverständlich sind auch die Rotationswinkel  $\gamma_{n,m}$  knoten- und stabbezogen individuell. Zur eindeutigen Kennzeichnung der Rotationsrichtung ist es erforderlich, positive und negative Winkel abzugrenzen. Vorgeschlagen und nachfolgend angewendet wird eine Interpretation auf Basis des Kantenkoordinatensystems in Anlehnung an entsprechende Regeln zur qualitativen Klassifizierung von Momentenwirkungen in der Technischen Mechanik. Ein positiver Rotationswinkel liegt demzufolge dann vor, wenn die Knotenachse beim Blick entlang der Netzkante in Richtung des Koordinatenursprungs im entgegengesetzten Uhrzeigersinn der Kantennormale gedreht ist.



## 3 Glas als Hüllelement

Glas ist der Baustoff, welcher die Architektur im Laufe des zurückliegenden Jahrhunderts am nachhaltigsten verändert hat. Ursächlich verantwortlich dafür ist seine Lichtdurchlässigkeit gepaart mit einer ebenfalls sehr ausgeprägten Dauerhaftigkeit. Gläser trennen Innen- und Außenräume und verbinden beide gleichzeitig in visueller Art und Weise.

Im Kontext der vorliegenden Arbeit erfüllen die Glaselemente primär eine hüllende, raumabschließende Funktion. Sie fungieren als Sekundärtragglieder in einem hierarchisch gegliederten Konstruktionssystem (vgl. Sobek u. Kutterer, 1998, S. 99). Ihr charakteristisches sprödes Material- bzw. Bruchverhalten definiert darüber hinaus eine Reihe essenzieller Anforderungen in Bezug auf den konstruktiven Entwurfsprozess des Stabnetzes.

### 3.1 Konstruktiver Glasbau

Die Anwendung von Glas hat in der Bautechnik eine lange Geschichte, welche mehrfach umfänglich beschrieben wurde (vgl. Kohlmaier u. von Santory, 1981; Staib, 1998; Knaack, 1998). Der Umgang mit Glas im 20. Jahrhundert ist geprägt vom beständigen Verlangen nach mehr Transparenz und einer damit einhergehenden weitreichenden 'Entmaterialisierung' der Architektur. Diese Leidenschaft ist bis heute ungebrochen. Befördert wurde sie durch eine Reihe technischer Innovationen. Zu nennen sind in diesem Zusammenhang u. a. die Entwicklung von Verbundglas im Jahr 1909 sowie von Einscheibensicherheitsglas (1930). Den Weg zum industriell gefertigten Massenprodukt höchster optischer Qualität ebnete dem Glas jedoch *Pilkington* mit der Erfindung des Floatglasprinzips im Jahr 1959.



**Bild 3.1:** Musée des sciences et des techniques de la Villette (Foto: G. Baudoin)

Beginnend mit den punktgestützten Glasfassaden von „La Villette“ in Paris (vgl. Bild 3.1) von *Fainsilber, Rice, Francis* und *Ritchie* hat sich in den letzten zwanzig Jahren eine rasante Entwicklung auf dem Gebiet des konstruktiven Glasbaus vollzogen (1995). Diese schließt insbesondere den Übergang vom handwerklichen zum ingenieurmäßigen Umgang mit dem Werkstoff ein.

Forschung und Entwicklung auf dem Gebiet des konstruktiven Glasbaus finden Ausdruck in zahlreichen Publikationen. Die Vielzahl generalisierender Veröffentlichungen lässt sich

grundlegend in zwei Gruppen gliedern. Erstere widmet sich dabei der Thematik unter schwerpunktmäßig konstruktiven, detailbezogenen Aspekten (Schittich u. Staib, 1998; Knaack, 1998; Behling u. a., 1999; Nijse, 2003), während letztere sich primär der Bemessung von Glasbauteilen zuwendet (Bucak, 1999; Sedlacek, 2000; Siebert, 2001; Wörner u. a., 2001; Hess u. a., 2005).

### Aktuelle Grundlagenforschung

Einen Schwerpunkt der aktuellen Entwicklungen im konstruktiven Glasbau bildet die Verwendung gläserner Bauteile als lastabtragende Konstruktionselemente. Um die individuellen, aufwändigen Einzelfallprüfungen durch Normen ablösen zu können, sind primär allgemeingültige Bemessungskonzepte erforderlich. Verschiedene Forschungsarbeiten widmen sich diesem Thema im Kontext unterschiedlicher Randbedingungen (vgl. Güsgen, 1998; Siebert, 1999; Laufs, 2000; Schneider, 2001; Gräf, 2003; Schuler, 2003; Siebert, 2004; Kasper, 2005; Wellershoff, 2006; Holberndt, 2006).

Verbindungstechniken und Anschlüsse bilden einen zweiten Schwerpunkt der anwendungsbezogenen Glasforschung. Das zentrale Motiv der unterschiedlichen Arbeiten ist auch hier neben der technischen Weiterentwicklung bestehender Lösungen (vgl. Maniatis, 2006) die Verbesserung der allgemeinen baurechtlichen Situation (vgl. Techen, 1997). Ein besonders intensives Arbeitsfeld, welches weitreichendes Potenzial verspricht, ist dabei die Anwendung von geklebten Verbindungen (vgl. Schadow, 2006; Peters, 2006).

### Normen und Richtlinien

Normen und Regeln bilden die rechtliche Grundlage baupraktischen Handelns. Die intensiven Forschungsarbeiten der letzten Jahre manifestieren sich auch in signifikanten Fortschritten auf diesem Gebiet. Zur Anwendung in der Baupraxis stehen dementsprechend seit 1998 bzw. 2006 eine Reihe bauaufsichtlich eingeführter Technischer Regeln zur Verfügung (vgl. TRAV, 2003; TRLV, 2006; TRPV, 2006). Diese reglementieren die Anwendung von linien- und punktförmig gelagerten sowie von absturzsichernden Glaselementen. Einen kompakten Überblick zur aktuellen Situation gibt *Siebert* in (2004; 2006).

## 3.2 Mechanische Eigenschaften

Glas ist etwas Besonderes. Als anorganischer, fester Stoff zeigt es die Struktur einer Flüssigkeit. Im chemischen Sinne kann es als eine unterkühlte, nicht kristallisierte Schmelze interpretiert werden. Seine Transparenz basiert ursächlich darauf, dass sich seine Moleküle beim zügigen Abkühlen der Glasschmelze nicht wieder zu Kristallen ordnen (vgl. Balkow, 1998; Interpane, 2002).

Mechanisch gesehen ist Glas ein spöder Werkstoff mit amorph-isotropen Eigenschaften. Diese finden Ausdruck in einem nahezu ideal linear-elastischen Spannungs-Dehnungsverhalten. Auf der Basis der Bindungskräfte zwischen den Elementarbauteilen sind für ihn überdurchschnittlich hohe Zugfestigkeiten im Bereich von 5000 bis 8000 N/mm<sup>2</sup> abschätzbar (vgl. Sedlacek, 1999, S. 23).

Die angegebenen Festigkeitswerte sind jedoch nur theoretischer Natur, denn die 'nutzbare' Festigkeit von Glas ist insbesondere von mikro- und makroskopischen Beschädigungen der Oberflächen abhängig. Deren Kerbwirkung hat speziell bei Zug- bzw. Biegezugbeanspruchungen Spannungsspitzen am Kerbgrund zur Folge, die um ein mehrfaches größer sind als die Spannungen im ungeschädigten Restquerschnitt (vgl. Bild 3.2). Überschreiten diese einen bestimmten 'kritischen' Wert, setzt ein rasches Risswachstum ein, welches den (nahezu) sofortigen Bruch des Glasbauteils zur Folge hat.



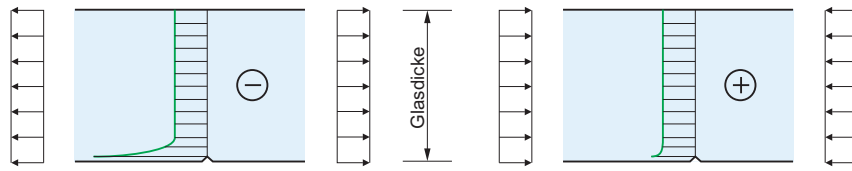


Bild 3.2: Spannungsspitzen an Kerben bei Zug- bzw. Druckbeanspruchung

Im Gegensatz zu beispielsweise metallischen Werkstoffen ist Glas bedingt durch seine zuvor beschriebene innere Struktur nicht in der Lage, Spannungen durch lokale Plastifizierung abzubauen bzw. umzulagern. Das Versagen erfolgt plötzlich und ohne Vorankündigung. Durch Wärmebehandlung ist es jedoch möglich, einen dauerhaften Vorspannungszustand im Glas aufzubauen und das charakteristische Bruchverhalten entscheidend positiv zu beeinflussen (vgl. Sobek u. Kutterer, 1998; Sedlacek, 1999; Bucak, 1999).

Für die praktische Anwendung von Glas ist typischerweise seine Zug- bzw. Biegefestigkeit von entscheidender Bedeutung. Die diesbezüglich in der Norm angegebenen Werte bewegen sich auf der Basis der zuvor dargestellten Zusammenhänge im Bereich von  $25 \text{ N/mm}^2$  für Gußglas bis zu  $120 \text{ N/mm}^2$  für Einscheibensicherheitsglas (vgl. DIN 1249 - 10). Dabei ist zu beachten, dass die Festigkeitsangaben nicht den Charakter von Werkstoffkennwerten tragen, sondern vielmehr zulässige Werte der Bruchwahrscheinlichkeiten im Sinn statistischer Größen dokumentieren (vgl. Sobek u. Kutterer, 1998, S. 89).

### 3.3 Funktionsgläser

Glas ist ein synthetischer Werkstoff. Es wird für bauliche Anwendungen primär in industrieller Massenproduktion in Form von Flach- bzw. Floatglas hergestellt. Letzteres dient vor dem Hintergrund unterschiedlicher baukonstruktiver und bauphysikalischer Anforderungen als *Basisglas* zur Fertigung verschiedener *Funktionsgläser*. Die wichtigsten sind.

- Einscheibensicherheitsglas (ESG)
- Teilvorgespanntes Glas (TVG)
- Verbundsicherheitsglas (VSG)
- Mehrscheibenisoliervglas (MIG)

Die Eigenschaften der verschiedenen Veredelungsprodukte basieren auf den unterschiedlichen Herstellungsprozessen. Sie sind grundlegend in einer Reihe von Normen fixiert (vgl. DIN 572-1, DIN 572-2, DIN 1863-1, DIN 1863-2). Neben diesen geben verschiedene firmengebundene Publikationen einen umfassenden Überblick des Anwendungspotenzials der einzelnen Funktionsgläser (vgl. Interpane, 2002; Saint-Gobain, 2005; Markenkreis, 2007).

Im Kontext der vorliegenden Arbeit wiederum bedürfen speziell eine Reihe fertigungsspezifischer Merkmale einer expliziten Benennung, da diese den Prozess des konstruktiven Stabwerksentwurfs maßgeblich beeinflussen.

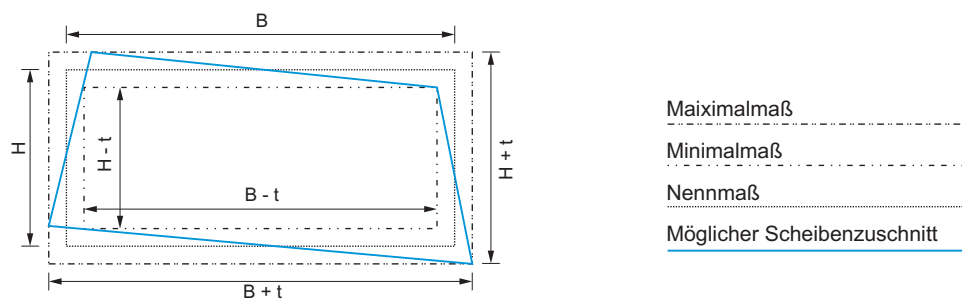
#### Maximalmaße

Die Maximalabmessungen der Glaselemente sind von ihrer Herstellungs- bzw. Veredelungsart abhängig. Sie definieren im vorliegenden Kontext eine wesentliche allgemeine geometrische Randbedingung, denn sie bestimmen die größtmöglichen Dimensionen der Flächennetz- bzw. Stabnetzmaschen (vgl. 2.4.4). Als absolute maßliche Obergrenze kann

hierbei die allgemeine maximale Herstellungsgröße von Floatglas mit 3,21 x 6,00 m angegeben werden. Die spezifischen Größtabmessungen der Funktionsgläser wiederum sind herstellerabhängig (vgl. z. B. Interpane, 2002; Saint-Gobain, 2005; Markenkreis, 2007).

### Toleranzen

Toleranzen dokumentieren Abweichungen von Bauteilen in Bezug auf Soll- bzw. Nennmaße (Bild 3.3). Sie sind fertigungsbedingte Maßgrößen und beschreiben ein zweites, für den konstruktiven Stabwerksentwurf überaus wichtiges Merkmal aller Glaselemente. Ihre Dimensionen sind durch die einzelnen Glasproduktnormen (s. o.) limitiert.



**Bild 3.3:** Zuschnitttoleranzen nach DIN EN 572-8

### Kanten

Die Kanten der Glaselemente sind nach dem Zuschnitt *gerade*, d. h. orthogonal zur Glasoberfläche. Durch Schleifen lässt sich ihre Qualität beeinflussen. Auch sind nicht orthogonale Gehrungskanten realisierbar. Bei zwei- und mehrlagigen Gläsern (VSG bzw. MIG) treten darüber hinaus fertigungsprozessbedingte Kantenverschiebungen zwischen den einzelnen Schichten auf. Gleichzeitig bietet sich die Möglichkeit, gerade Kantenausführungen mit einfacher und doppelter Stufung auszuführen (Bild 3.4).



**Bild 3.4:** Kantenverschiebung | Gestufte Kanten

### Modellscheiben

Nicht rechteckige Glaselemente werden im allgemeinen fachspezifischen Kontext als Modellscheiben bezeichnet. Sie kommen in der alltäglichen Anwendung vergleichsweise selten, im hiesigen Kontext aufgrund der direkten Verknüpfung zwischen Maschen- und Glasgeometrie jedoch nahezu ausschließlich zum Einsatz. Die Glaskonfektionäre bieten diesbezüglich eine große Palette unterschiedlichster Formate an (vgl. Interpane, 2002, S. 234).

Die Herstellung von Modellscheiben ist im Vergleich zu rechteckigen 'Standardgläsern' mit einem deutlich vergrößerten Verschnitt verbunden. Dieser wirkt sich spürbar auf die Wirtschaftlichkeit der Herstellung aus. Er spiegelt sich pekuniär in Preiszuschlägen von bis zu 140 % wider (Bild 3.5).

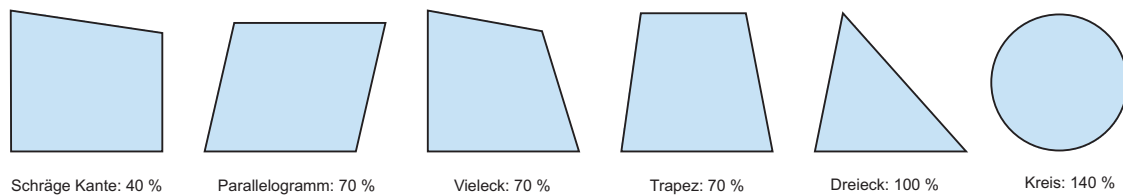


Bild 3.5: Preiszuschläge für Modellscheiben (vgl. Knaack, 1998, S.160)

### 3.4 Einbaulage

Die *Einbaulage* der Gläser ist ein weiteres, im vorliegenden Kontext wesentliches konstruktives Merkmal. Die Neigung der Glasebene zur Vertikalen definiert dabei gemäß TRLV das entscheidende Kriterium zur Unterscheidung von:

- Überkopfverglasungen (Neigung  $> 10^\circ$ ) und
- Vertikalverglasungen (Neigung  $\leq 10^\circ$ ).

Hintergrund der Abgrenzung sind sicherheitstechnische Überlegungen. Da Glaselemente plötzlich und ohne Vorankündigung versagen (vgl. 3.2), besteht für Personen, die sich unter Überkopfverglasungen aufhalten, ein erhebliches Risiko, durch herabfallende Splitter verletzt zu werden.

Die TRLV definiert eine Reihe „Zusätzlicher Regeln für Überkopfverglasungen“, die dem o. g. Sachverhalt Rechnung tragen. Deren wichtigste fordern die Anwendung von VSG bei „Einfachverglasungen“ sowie für die „untere“ bzw. im vorliegenden Kontext innere Scheibe von Isolierglaselementen. Darüber hinaus müssen letztere bei „einer Stützweite größer 1,20 m“ allseitig linienförmig gelagert werden und dürfen dabei ein Seitenverhältnis von 3:1 nicht überschreiten, um das Abrutschen eines gebrochenen Elements vom Auflager zu verhindern (vgl. TRLV, 2006).

Für unregelmäßige Verglasungskonstruktionen, die baurechtlich nicht durch die Anwendungsbedingungen der TRLV abgesichert sind, ist durch entsprechende Versuche eine sog. *Resttragfähigkeit* nachzuweisen. Der Begriff beschreibt die Fähigkeit eines teilweise zerstörten Glasbauteils über einen bestimmten Zeitraum und in begrenztem Umfang Lasten aufzunehmen, ohne dabei völlig zu versagen. Das nachzuweisende Zeitfenster soll eine Evakuierung von gefährdeten Personen ermöglichen und absichern. Über die zu erfüllenden Resttragfähigkeitsanforderungen (Schädigung, Auflast, Standzeit) wird entweder im Zulassungsverfahren einer Bauart oder im Rahmen einer Zustimmung im Einzelfall entschieden (vgl. Sobek u. a., 2002, S.56).

### 3.5 Direkte Verglasung

Die konstruktive Anwendung von Glas setzt gute Kenntnisse seiner spezifischen Materialeigenschaften voraus. Ursächlich verantwortlich für das Versagen von Glasbauteilen sind in der Regel Zwangsbeanspruchungen infolge verhinderter Verformungen. Letztere resultieren typischerweise aus einer Reihe von Problemen im konstruktiven Zusammenspiel zwischen Glasbauteilen und stützender Unterkonstruktion. Zu diesen zählen:

- Direkter Glas-Glas- bzw. Glas-Stahl-Kontakt
- Extreme lokale Krafteinwirkungen
- Unterschiedliche Temperaturdehnungen
- Toleranzprobleme im Anschlussbereich
- Verformungen glastragender Bauteile

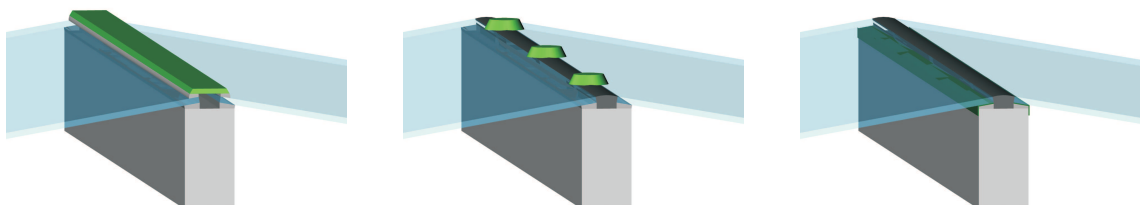
Aus den zuvor dargestellten Problemen leiten sich besondere Anforderungen in Bezug auf den konstruktiven Entwurf der glastragenden Konstruktion ab. Sie münden in der Hauptaufgabe der materialgerechten Detaillierung des Verbindungs- bzw. Kontaktbereichs mit dem Ziel der Realisierung einer zwängungsfreien bzw. zwängungsarmen Lagerung der Glasbauteile (vgl. Klimke u. Walochnik, 1993).

#### Linienförmige Lagerung

Linear gelagerte Glaselemente sind entlang ihrer Randkanten kontinuierlich mit der Primärkonstruktion verbunden. Im vorliegenden Kontext liegen sie gewissermaßen direkt auf den *Außenseiten* der Stäbe auf. Ein Auflege- und ein Dichtband vermeiden den unmittelbaren Glas-Stahl-Kontakt. Die Zuschnittgeometrie der Gläser ist dabei unmittelbar mit der Form der zugehörigen Flächennetz- bzw. Stabnetzmasche verknüpft. Auf dieser Basis wird der konstruktive Ansatz im Kontext der vorliegenden Arbeit als *direkte Verglasung* bezeichnet.

Grundsätzlich muss die Stabaußenseite zur dauerhaften Gewährleistung der Auflagerfunktion *eben* sein und *parallele Randkanten* aufweisen. Dies hat zur Folge, dass in der Praxis ausschließlich *prismatische Stabquerschnitte* mit quadratischer bzw. rechteckiger Form und *gerader Stabachse* zur Anwendung kommen. Anhand der Art der Fixierung lassen sich prinzipiell drei Ausführungsvarianten direkter Verglasungen unterscheiden.

Bei *Linienlagerung mit Presseleiste* werden i. d. R. zwei benachbarte Glaselemente mit Hilfe einer äußeren Abdeckleiste auf ein Trägerprofil gepresst. Die Leiste nimmt dabei in tragender Funktion die Windsogkräfte auf. In geeigneten Bereichen und damit im Kontext dieser Arbeit ist die Anwendung horizontal ausgerichteter Presseleisten jedoch nicht möglich, da diese den Abfluss des Wassers behindern (Bild 3.6, links).



**Bild 3.6:** Ausführungsvarianten linienförmiger Lagerung

Bei *Linienlagerung mit Randklemmung* übernehmen punktförmige Sicherungselemente die Funktion der Presseleiste, ohne den Wasserabfluss gravierend zu behindern. Die freien Fugen

zwischen den Glaselementen müssen in diesem Fall mit Hilfe flächenbündiger Klebedichtungen verschlossen werden (Bild 3.6, mittig).

Der Begriff *Structural Glazing* beschreibt eine besondere Form der linearen Verglasung (Bild 3.6, rechts). Bei dieser werden die Glaselemente an den Rändern in spezielle Rahmen geklebt, welche an der Primärkonstruktion befestigt werden und schließlich in der Fuge zwischen den Gläsern 'verschwinden'. Pressleisten oder Randklemmungen sind explizit nicht vorgesehen, in Deutschland aber bei Anwendungen in Höhen größer 8 Meter gefordert (vgl. TRLV, 2006).

Im konstruktiven Stabnetzentwurf definieren die *Technischen Regeln für die Verwendung von linienförmig gelagerten Verglasungen* (TRLV) den Rahmen des praktischen Handelns. Die in ihnen beschriebenen *Anwendungsbedingungen* legen eine Reihe von Anforderungen an die frei geformte Stabnetzkonstruktion fest. Sie reglementieren gleichzeitig die Anwendung von Glas im Überkopfbereich.

### Stabbreite

Die *Breite* eines Stabes bzw. ganz konkret seiner Außenseite ist sein in Bezug auf die Verglasungsfunktion bedeutsamstes Merkmal. Sie muss so gewählt werden, dass sowohl der beidseitige *Glaseinstand* als auch eine 'ausreichende' *Fugenbreite* gewährleistet werden können (vgl. Bild 3.7). Der Glaseinstand kennzeichnet die 'Auflagertiefe' der Gläser. Für ihn wird in den entsprechenden Regelwerken eine Dimension von 10 bis maximal 20 mm festgelegt. Dieser baupraktisch eng limitierte Bereich soll eine „langfristige Standsicherheit der Verglasung“ gewährleisten und gleichzeitig thermische Zwangsspannungen in den Glaselementen begrenzen (vgl. TRLV, 2006; DIN 18545-1; DIN 18516-4).

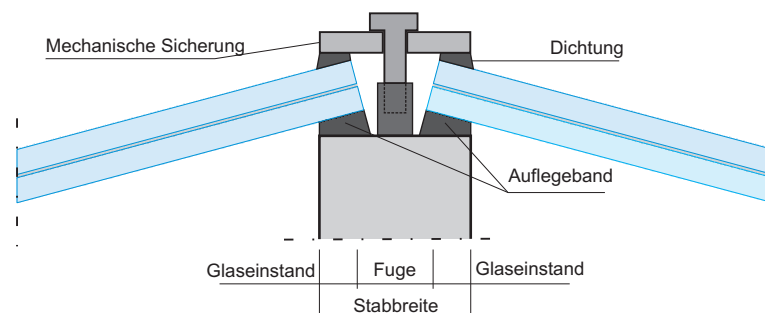


Bild 3.7: Auflagerdetail direkte Verglasung

Vor dem Hintergrund einer Reihe realisierter direkt verglaster Stabnetze beziffert *Schober* in (1998) die „Minimalbreite [eines Stabes], die zum Lagern und Klemmen der Verglasung benötigt wird“, mit 60 mm. Die Stäbe eines relativ kleinen Daches von *Knippers* und *Helbig* sind hingegen sogar nur 50 mm breit (vgl. Baus, 2004). Bei ebenen Verglasungen markiert ein neuartiges Pfosten-Riegel-System mit einer Breite von nur 30 mm die untere Grenze des derzeit technisch Machbaren (vgl. DE 10 2004 016 215 A1).

### Fuge

Die *Fuge* bezeichnet den Raum zwischen benachbarten Glaselementen (vgl. Bild 3.7). Sie ist ein überdurchschnittlich wichtiges Element des konstruktiven Details, denn sie ermöglicht den Ausgleich von *Maßtoleranzen* der Gläser und des Stabwerks sowie von unterschiedlichen *Temperaturdehnungen*. Gleichzeitig bietet sie die Möglichkeit, konstruktiv notwendige *Befestigungselemente* zu implementieren. Dazu zählen beispielsweise auf die Stabaußenseite aufgesetzte Gewindehülsen, welche die geschraubte Befestigung der Klemmelemente zur Sogverankerung der Gläser ermöglichen. Die Hülsen können gleichzeitig als

Widerlager für die *Klötze* genutzt werden, welche die Fixierung der Gläser in ihrer Ebene realisieren (vgl. TRLV, 2006).

Im Kontext frei geformter, direkt verglaster Stabnetze ist die *Form der Fuge* abhängig von der Ausrichtung der benachbarten Maschen. Im Allgemeinen hat sie bei geraden Glaskannten die Gestalt eines Trapezes. Die konstruktiv mindestens erforderliche Fugenbreite richtet sich somit primär nach dem zur Fixierung der Gläser erforderlichen Platzbedarf und sekundär nach der lokalen Flächenkrümmung in Form des Nachbarmaschenwinkels (vgl. 2.4.3). Eine Obergrenze ist objektiv nicht definierbar. Jedoch beschreiben das zu dichtende Fugenvolumen und die sichtbare Fugenbreite ein indirektes, wirtschaftliches bzw. gestalterisches Limit.

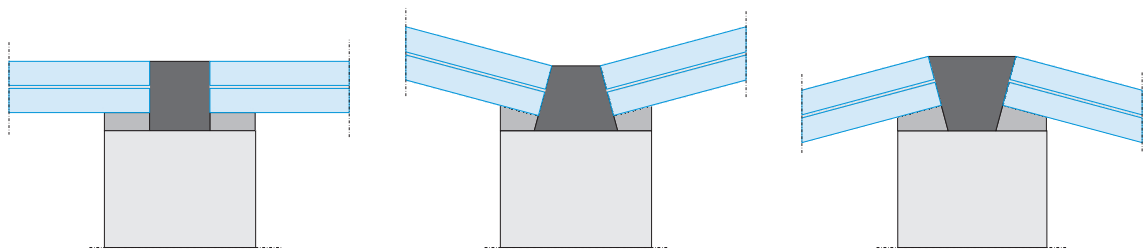


Bild 3.8: Fugenformen

### Auskragung

Grundsätzlich zielt das Prinzip der direkten Verglasung auf die umlaufende, linienförmige Auflagerung der ebenen Glaselemente. In den Eck- bzw. Randbereichen der Gläser bietet sich jedoch richtliniengemäß die Möglichkeit, diese über das Auflagerende hinausragen zu lassen (vgl. Bild 3.9). Entsprechend darf der „freie Rand von VSG (...) – parallel und senkrecht zur Lagerung - maximal 30 % der Auflagerlänge, höchstens jedoch 300 mm über den von den linienförmigen Lagerungen aufgespannten Bereich auskragen“ (vgl. TRLV, 2006).

Die Regelung ist im vorliegenden Kontext von besonderem Interesse! Ursächlich verantwortlich dafür ist die Tatsache, dass sich im Stabend- bzw. Knotenanschlussbereich in Abhängigkeit der lokalen Netzgeometrie häufig konstruktiv schwierige Situationen in Bezug auf die Gewährleistung der homogenen, umlaufenden Lagerung der Glaselemente ergeben.

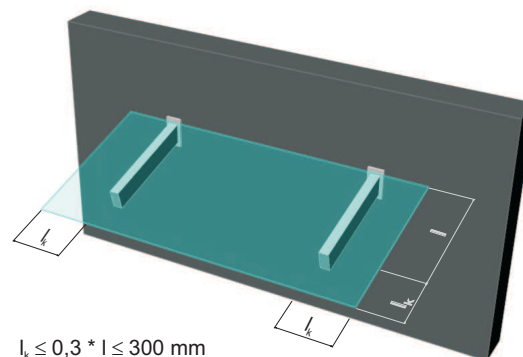


Bild 3.9: Auskragung linienförmig gelagerter Gläser (vgl. TRLV, 2006)

### 3.6 Kontextspezifische Probleme und bekannte Lösungen

Im Kontext der vorliegenden Arbeit ergeben sich vor dem Hintergrund der individuellen Struktur und Geometrie des Stabnetzes eine Reihe von spezifischen verglasungsbezogenen Problemen. Nachfolgend werden diese sowie verschiedene zugehörige Lösungsansätze dargestellt. Sie dokumentieren den Stand der Technik.

#### Ebenheit von Vierecksmaschen

Immer ebene Dreiecksmaschen beinhalten gegenüber viereckigen den wirtschaftlichen Nachteil einer Verdoppelung der Aufwendungen für Verglasung (vgl. Bild 3.5) und Stabwerkkonstruktion. Letztere werden daher in der Praxis oft favorisiert, beinhalten jedoch den Nachteil a priori nicht eben zu sein (vgl. 2.4.3). Damit ist die *Ebenheit des Auflagerpolygons* als die Grundvoraussetzung für eine linienförmige Auflagerung der Glaselemente nicht gewährleistet.

Unter Beibehaltung des Vierecksmaschenprinzips sind aktuell drei Lösungen des Problems bekannt. Eine erste, nicht richtlinienkonforme Möglichkeit bietet die diagonale Teilung von Verbundsicherheitsglaselementen und deren nicht gelagerter Stoß über die Maschen diagonale (vgl. Bild 3.11, links)(vgl. Schlaich u. Bergermann, 1992a). Eine zweite Option besteht in der Verwendung gekrümmter Stäbe und sphärisch gekrümmter Gläser (vgl. Schlaich u. Bergermann, 1992b). Die 'kalte' Verformung ebener, viereckiger Gläser markiert einen dritten Ansatz zur Lösung des Problems. Sie ist selbstverständlich nur bei geringen Ebenheitsabweichungen anwendbar (vgl. Schlaich u. Schober, 1998; Havemann u. Düster, 2005). In Kenntnis der Problematik des Randverbundes beschreibt *Eekhout* jedoch sogar die Anwendung dieses Prinzips für MIG-Elemente (vgl. Eekhout u. Veltkamp, 2004; Eekhout u. Staaks, 2005)!

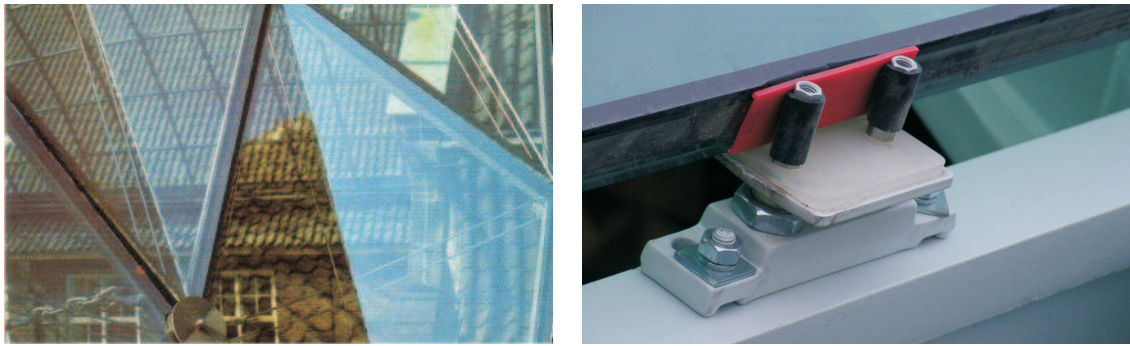


Bild 3.10: Aquatoll Neckarsulm | Rathaus Alphen (Foto: M. Eekhout)

#### Konstruktiv unebene Dreiecksmaschen

Ein anderer grundlegender Ansatz zur Verglasung nicht ebener Vierecksmaschen basiert auf deren Transformation in dreieckige Maschen durch Einfügen eines Diagonalstabes. Dreiecke sind stets ebene geometrische Figuren. Auf dieser Tatsache beruht die bis heute nahezu uneingeschränkt vertretenen Auffassung, dass dreieckige Maschen problemlos verglasbar seien. Bei der Realisierung einer stärker gekrümmten Form offenbarte sich jedoch unlängst das Problem, dass auch das dreieckige Auflagerpolygon keine Ebene mehr markiert! Im konkreten Fall lag die (konstruktiv aufwändige) Lösung dessen im Abheben der Verglasungsebene vom Stabnetz und der Realisierung einer punktförmigen Randstützung der Glaselemente mittels spezieller Böcke (vgl. Bild 3.11, rechts) (vgl. Havemann u. Düster, 2005).





**Bild 3.11:** Diagonal geteilte Viereckgläser | Punktförmige Randlagerung auf Böcken (Fotos: Schlaich Bergermann Partner | MERO-TSK)

### Unwirtschaftlichkeit von Dreieckgläsern

Der deutlich größere Verschnitt im Fertigungsprozess ist ursächlich für die wirtschaftlichen Nachteile dreieckiger Glaselemente verantwortlich. Durch digitalen Geometriedatentransfer und eine Optimierung der Zuschnittlogistik lassen sich die Aufwendungen jedoch erheblich reduzieren, was sich wiederum deutlich positiv auf die Wirtschaftlichkeit der Konstruktion auswirkt (vgl. Havemann u. Düster, 2005).

### Variation der Glaselementdicke

Die unterschiedliche Lage und Beanspruchungssituation der Gläser im Stabnetz führt vor wirtschaftlichem Hintergrund zur Verwendung von Glaselementen ungleicher Dicke. Diese hätten bei direkter Auflagerung auf den Stäben Versätze in der Fassadenfläche zur Folge. Zur Lösung dieses Problems beschreibt *Klimke* die Anwendung speziell entwickelter 'Abreiß-Auflage-Profile' (2002b).

### Geringfügige Abweichungen der Zuschnittgeometrien

Eine große Anzahl unterschiedlich zugeschnittener Gläser erhöht merklich die Aufwendungen in Fertigung und Montage. Oftmals weichen die Geometrien der Stabwerksmaschen aber nur unwesentlich voneinander ab. Durch die Definition eines „akzeptablen Toleranzbereichs“ beim Glaszuschnitt, inklusive der Kompensation dieser Abweichung in der Fuge zwischen den Elementen, lässt sich die Anzahl individueller Gläser um bis zu 85 % reduzieren (vgl. Klimke u. a., 2002a; Falter, 2004).

### Verdeckte mechanische Lagesicherung

Die Verwendung gestufter Isolierglaselemente bietet die Möglichkeit zur versenkten, von außen nicht sichtbaren Sogverankerung der Gläser in der Fuge (vgl. Sischka u. a., 2001). Diese ist nach deutschem Baurecht allerdings nur in Höhen kleiner 8 Meter zulässig (vgl. TRLV, 2006). Darüber hinaus bildet die betretbare Auslegung von Überkopfverglasungen einen weiteren, speziell die Montage und Wartung vereinfachenden, pragmatischen Lösungsansatz (vgl. Havemann u. Düster, 2005).

### Acryl- und Ganzglaskonstruktionen

Außerhalb des Rahmens dieser Arbeit offeriert die Verwendung von Acrylglas weitere Möglichkeiten zur Realisierung räumlich gekrümmter, transparenter Fassadenflächen (vgl. Bollinger u. a., 2001; Kloft, 2001). Ebenfalls in diesem Bereich anzusiedeln, aber deshalb nicht weniger innovativ und spektakulär, ist die regelmäßig gekrümmte, stabnetzlose Ganzglaskuppel von *Blandini* und *Sobek* in Stuttgart (vgl. Blandini, 2005).



## 4 Konstruktiver Knotenentwurf

Der Knotenentwurf ist ein zweistufiger Prozess. Er repräsentiert den Kern des konstruktiven Stabnetzentwurfs. Seine Aufgabe besteht darin, einen formal universalen Musterknoten zu konzipieren, welcher im Sinn eines Leitdetails dimensional adaptierbar ist.

Die Festlegung der Knotenform definiert die erste Entwurfsphase. Sie beinhaltet einen qualitativ geprägten, iterativ-emergenten Prozess aus Kreieren, Bewerten und Entscheiden. Die Form des Knotens wird dabei maßgeblich von der Definition der globalen Verbindungstechnologie im Kontext der variablen Beanspruchungen der Stäbe bestimmt.

Die Hauptaufgabe des zweiten, quantitativ geprägten Teils des Knotenentwurfs umfasst die Dimensionierung der Knotenelemente vor dem Hintergrund lokaler, geometrischer Individualität. Dieser Vorgang beeinflusst maßgeblich die konstruktiven, mechanischen und indirekt auch die wirtschaftlichen Eigenschaften der Knoten. Er trägt somit einen optimierenden Charakter und bildet den inhaltlichen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit.

### 4.1 Prinzip Stabnetz

Ein *Freiformstabnetz* ist im Sinn der vorliegenden Arbeit ein der Krümmung der zu realisierenden Freiformfläche folgendes, geometrisch und strukturell individuelles, einlagiges konstruktives System, welches aus schlanken geraden Stäben aufgebaut ist, die an ihren Enden mittels kraftschlüssiger Montageverbindungen und autarker, kompakter Knotenelemente verbunden sind.

Prinzipbedingt sind Freiformstabnetze durch eine weitreichende formale Adaptabilität, strukturelle Kleinteiligkeit und hochgradige Transparenz gekennzeichnet. Ihre Anwendung im vorliegenden Kontext zielt aus wirtschaftlicher Sicht auf die Verwendung ebener Gläser, gerader Stäbe und möglichst gedrungener Knoten.

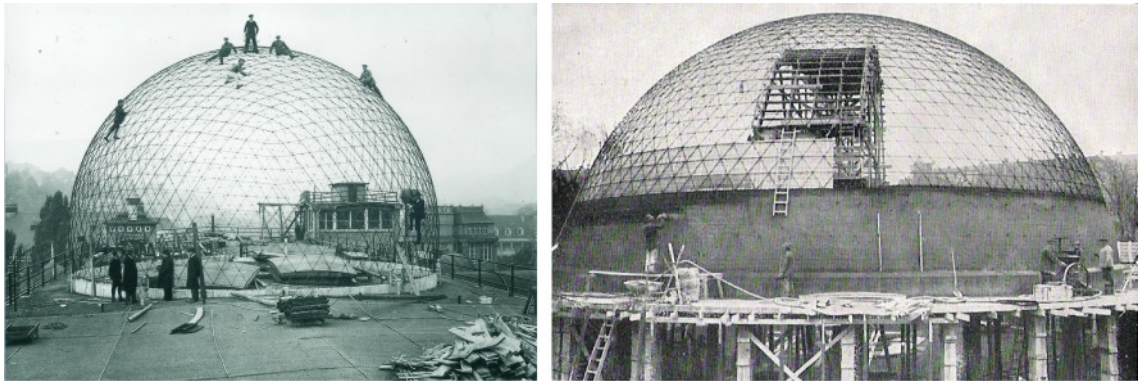
Stabnetz- und Glaselemente müssen im konstruktiven Entwurfsprozess formal und dimensional auf ihre individuelle Einbausituation hin abgestimmt werden. Sie weisen dabei netzstruktur- bzw. freiformbedingt oft nur geringfügige maßliche Abweichungen voneinander auf. Speziell die Realisierung der Knoten erfordert überdurchschnittliche Aufwendungen. Ursächlich verantwortlich dafür sind deren räumlich komplexe Geometrien, welche branchenunübliche Genauigkeiten bei der Herstellung bedingen und die Auswahl der anwendbaren Fertigungsverfahren deutlich einschränken.

#### 4.1.1 Entwicklung

Stabwerke bzw. -netze sind von jeher ein wesentliches Element menschlicher Bautechnik. Stellvertretend dafür seien die 'Stangengerüste' der Zelte nomadisierender Völker oder auch hölzerne Fachwerkkonstruktionen genannt. Letztere dienen bis heute als tragendes Grundgerüst unterschiedlichster Bauwerke.

Die industrielle Revolution und insbesondere die dynamische Entwicklung von Eisen und Stahl gaben der Anwendung des Stabnetzprinzips zu Beginn des 20. Jahrhunderts in unter-

schiedlichen Zusammenhängen neue Impulse. Eine der diesbezüglich bedeutsamsten Entwicklungen bilden die Stabnetzkuipeln von *Bauersfeld* und *Dischinger*. Diese kamen erstmalig beim Bau zweier Planetarien in Jena zur Anwendung (vgl. Dischinger, 1925).



**Bild 4.1:** Versuchskuppel | Planetarium in Jena (Fotos: Zeiss-Planetarium Jena)

Die Besonderheit des Ansatzes besteht zum einen in der geschickten Gliederung der Struktur zur Reduzierung der Anzahl unterschiedlicher Stablängen. Darüber hinaus markiert die komplette Vorfertigung aller Knoten und Stäbe einen bautechnologischen 'Quantensprung'. Durch sie konnte die Genauigkeit der Fertigung sowie die Effizienz bei der Montage entscheidend gesteigert werden. Bedingt durch die Bauwerksfunktion wurden die als *Zeiss-Dywidag-Schalbauweise* vermarkteten Stabnetze jedoch nicht verglast, sondern dienten als 'Formgeber' für eine opake Hülle aus Spritzbeton (vgl. Bild 4.1) (vgl. Dischinger u. Finsterwalder, 1932).

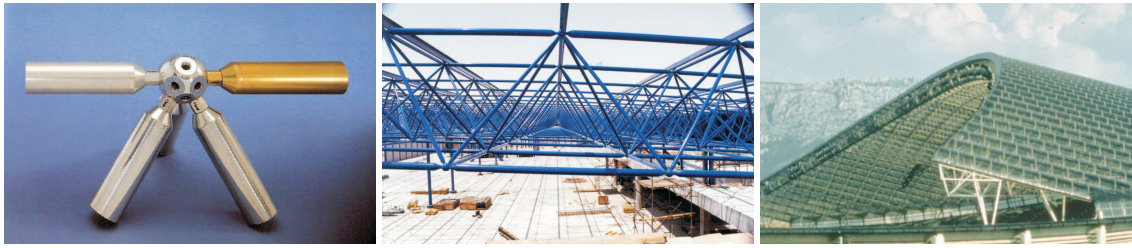
### Standardisierung

Die Grundidee des *industriellen Bauens* war eine weitreichende *Standardisierung* beliebiger Prozesse und Produkte. Sie zielte auf eine deutliche Steigerung der Wirtschaftlichkeit in der Bauproduktion durch serielle Vorfertigung und einer darauf basierenden vereinfachten Montage genormter Teile (vgl. Wachsmann, 1959; Mengerlinghausen, 1966).

Der Gedanke der Standardisierung prägte maßgeblich die Entwicklung der Stabwerke aus Metall ab Mitte des 20. Jahrhunderts. Einen Meilenstein stellte dabei die von *Mengerlinghausen* konzipierte „Verbindung von Rohrstücken und knotenbildenden Verbindungsstücken, insbesondere für zerlegbare Fachwerkkonstruktionen“ dar (1943). Aufbauend auf einer strikt rasterbezogenen Interpretation des Stabwerksprinzips bildete sein *Normknoten* (vgl. Bild 4.2, links) das Basiselement mechanisch und wirtschaftlich sehr leistungsfähiger ebener, zweilagiger, nur normalkraftbeanspruchter Raumfachwerke (vgl. Bild 4.2, mittig).

Aus heutiger Sicht und vor allem im Kontext der vorliegenden Arbeit beinhaltet der Ansatz von Mengerlinghausen jedoch zwei gravierende Nachteile. Zum einen erlauben seine *standardisierten Raufachwerke* aufgrund des ihnen zugrunde liegenden mechanischen Prinzips der ausschließlichen Normalkraftbeanspruchung aller Stäbe nicht die direkte Auflagerung der Fassadenelemente. Zum anderen limitieren die Kombinationsmöglichkeiten des Stabsortiments, und hier insbesondere deren Längen, die formale gestalterische Freiheit in vergleichsweise engen Grenzen.

Mengerlinghausens Idee wurde trotz allem vielfach inhaltlich kopiert. Die schier unüberschaubare Anzahl von Nachahmerlösungen ist mehrfach umfänglich dokumentiert (Makowski u. Küsgen, 1963; Büttner u. Stenker, 1971; Eekhout, 1989; Ramaswamy u. a., 2002; Kurrer, 2004). Heute existiert in Deutschland neben dem sog. *MERO-Raumfachwerk* je-



**Bild 4.2:** Normknoten | Ebenes Raumfachwerk | Stadion Poljud Split (Fotos: MERO-TSK)

doch nur noch ein weiteres standardisiertes Stabwerksystem mit gültiger „Allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassung (AbZ)“ (Z-14.4-10 bzw. Z-14.4-13).

### Parametrisierung

Im Jahr 1979 leitete die Überdachung der Tribüne des *Stadions Poljud* in Split einen Paradigmenwechsel im Umgang mit industriell vorgefertigten Stabwerken ein (vgl. Bild 4.2, rechts). Die *Parametrisierung* löste dabei die Standardisierung als konzeptionelles Leitmotiv ab. Das Dachtragwerk basiert im konkreten Fall aus einer Mischung aus einem standardisierten und einem parametrischen, zweilagigen Raumfachwerk.

Die Kombination der Prinzipien ermöglicht die konstruktive Beschreibung der harmonisch gekrümmten Entwurfsform im Randbereich des Daches. Es basiert auf einem „fließenden Raster“ aus individuellen Stablängen und Maschengeometrien. Bei diesem, von Mengerlinghausen als „abgeleitetes Raumfachwerk“ bezeichneten Stabwerk definieren die rechen- und fertigungstechnischen Möglichkeiten die formale Vielfalt des konstruktiven Prinzips. Die Dachhaut besteht dabei aus einfach gekrümmten Elementen aus transparentem Kunststoff. Sie ist durch eine ergänzende Substruktur von der Stabwerkstruktur abgekoppelt (vgl. Mengerlinghausen, 1983, S.133).

### Direkte Verglasung

Gegen Ende des 19. Jahrhunderts errichtete Palmenhäuser an der Südküste Englands markieren den Beginn der großflächigen Anwendung von Glas zur Realisierung von Gebäudehüllen (vgl. Bild 4.3, links). Die im Vergleich zu heutigen Dimensionen überaus kleinteiligen Gläser liegen dabei direkt auf den Rippenbögen der Unterkonstruktion auf. Sie steifen dabei die Konstruktion in der Fläche aus und wirken als Primärtragelemente (Staib, 1998; Knaack, 1998).



**Bild 4.3:** Palmenhaus Bicton Garden (Foto: M. Webster) | Freizeitbad Aquatoll Neckarsulm

Die Überdachungen des *Museums für Hamburgische Geschichte* in Hamburg und des Freizeitbades *Aquatoll* in Neckarsulm markieren um 1990 den Beginn der aktuellen Entwicklung auf dem Gebiet der räumlich gekrümmten Stabnetze (vgl. Schlaich u. Bergemann,



1992c). Sie basieren auf dem als *Salatsieb-* bzw. *Netzkuppelprinzip* bekannt gewordenen geometrisch-konstruktiven Ansatz und zeichnen sich durch die Einlagigkeit der Struktur sowie die direkte Auflagerung der Gläser auf den *Außenseiten* der Stäbe aus. Die Glaselemente erfüllen dabei trotz direkter Lagerung keine aussteifende Funktion. Sie dienen als Sekundärtragelemente (vgl. Schlaich u. Schober, 1992, 2002).

Vor dem Hintergrund gravierender, prinzipbedingter verglasungstechnischer Probleme bei der direkten Verglasung nicht ebener viereckiger Maschen bei o.g. Projekten, entwickelten *Schlaich* und *Schober* in der Folge auf der geometrischen Basis der Schiebflächen das Prinzip der *Translationsnetzschale*. Dieser rein geometrische Ansatz (vgl. 2.3.1) garantiert ebene Viereckmaschen, beinhaltet jedoch gewisse Einschränkungen in Bezug auf die Formenvielfalt. Er kam erstmalig 1992 bei der Überdachung der *Galerie Rostocker Hof* in Rostock (vgl. Bild 4.4, links) zur Anwendung (vgl. Schlaich u. Schober, 2002) und ist vor praxisbezogenem wie auch wissenschaftlichem Hintergrund mehrfach umfänglich dokumentiert (Schober, 1994, 2002, 2003; Graf, 2002).



**Bild 4.4:** Rostocker Hof Rostock | Neue Messe Mailand (Foto: MERO-TSK)

Beliebig gekrümmte Formen lassen sich mit ebenen, direkt gelagerten Glaselementen nur realisieren, wenn diese dreieckig sind (vgl. Schlaich u. a., 2001). Dreiecksmaschige Strukturen sind gekennzeichnet von einer durchgehend hochgradigen Individualität des gesamten Stabnetzes. Die Schwankungsbreite der geometrischen und mechanischen Parameter ist dabei maßgeblich von der Art der Formfindung und der Vernetzung abhängig (Stephan u. a., 2004). Eine durchgehend digitale Projektbearbeitung ('digital workflow', 'file-to-factory') vom Entwurf bzw. Planung bis zur industriellen Vorfertigung der unikaten Bauteile mit Hilfe numerisch gesteuerter Maschinen bildet die Grundlage der Realisierung unter wirtschaftlichen Rahmenbedingungen (vgl. Kloft, 2001; Böhm, 2002).

#### 4.1.2 Strukturmodell

Gerade Stäbe sind die Grundelemente der Freiformstabnetze. Sie müssen an ihren Enden konstruktiv bzw. kraftschlüssig miteinander verbunden werden. Knotenelemente dienen dabei als Mittler zwischen den Stabenden. Sie entspannen die geometrische Zwangssituation im Kontaktbereich und vereinfachen Ausrichtung und Montage des Stabnetzes entscheidend. Bild 4.5 zeigt ein *Basis-Struktur-Modell* auf der Grundlage von Kreisknoten und geraden Kanten.

Freiformbedingt sind die Stäbe mit räumlich variabler Ausrichtung (und prinzipiell auch unterschiedlicher Anzahl) an den jeweiligen Knoten angeschlossen. Unter der Prämisse der konsistenten Ausrichtung von Stäben und Knoten ermöglicht das Basis-Struktur-Modell

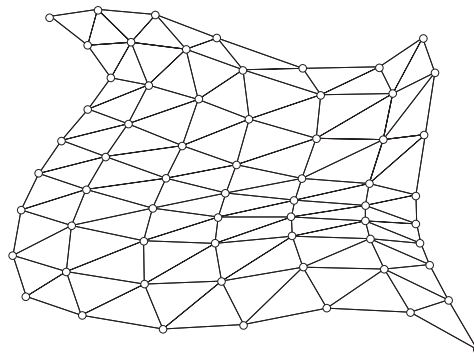


Bild 4.5: Basis-Struktur-Modell

jedoch lediglich eine konstruktive Ausführungsvariante. Diese basiert, wie beim Projekt *Insel auf der Mur* in Graz, auf der Verwendung von Kugelnknoten und Rohrprofilen (vgl. Bild 4.6).

Die abgebildete Stabnetzkonstruktion beinhaltet drei, im vorliegenden Kontext wesentliche Probleme. Zunächst müssen die räumlich ausgerichteten Elemente bei der Montage aufwändig justiert werden, da entsprechende Orientierungskanten oder -punkte fehlen. Darüber hinaus können gläserne Hüllelemente nicht direkt auf das Stabnetz montiert werden, da die Außenseiten der Stäbe nicht eben sind und die Kugelnknoten über das Stabprofil hinausragen (vgl. Bild 4.6, rechts).

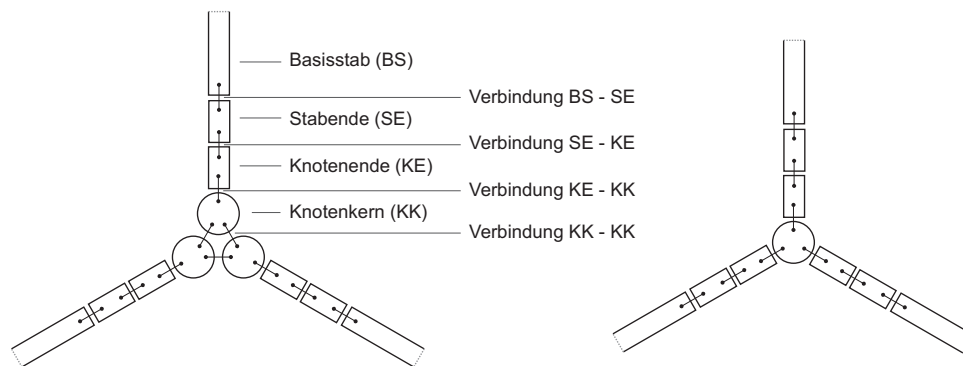


Bild 4.6: Insel auf der Mur, Graz

Voraussetzung für eine glasgerechte, linienförmig direkte Lagerung sind, wie unter 3.5 dargestellt, *Basisstäbe* mit prismatischem Querschnitt. Diese können nicht mittels Kugelnknoten verbunden werden. Dies hat zum einen zur Folge, dass die *Stabenden* entsprechend Ausrichtung und Verbindung bearbeitet werden müssen. Darüber hinaus ist es i. d. R. notwendig, dass der Knoten am *Knotenende* so geformt werden muss, dass sich im Anschlussbereich einander berührende Stab-Knoten-Kontaktflächen bzw. -kanten ergeben. Schlussendlich beschreibt der *Knotenkernel* das Zentrum des Knotenelements.

Die zuvor dargestellten konstruktiv-geometrischen Zusammenhänge lassen sich nicht mit Hilfe des Basis-Struktur-Modells abbilden. Für eine allgemeine, generalisierende Analyse der konstruktiven Zusammenhänge von Freiformstabnetzen ist dementsprechend eine Evolution dieses Modells erforderlich. Bild 4.7 zeigt links ein entsprechendes *Strukturmodell*, welches *Arciszewski* für den rechnerunterstützten konzeptionellen Entwurf von Knotenlösungen für räumliche Stabwerke konzeptionierte (1984).

Das Modell bildet die zuvor dargestellte konstruktive Grundstruktur von Freiformstabnetzen in allen notwendigen Einzelheiten ab. Insbesondere wird die Spezifik des Kontaktbereichs von Stab und Knoten wiedergegeben. Dazu zählt auch die Montageverbindung



**Bild 4.7:** Strukturmodell nach Arciszewski / Adaptiertes Strukturmodell

zwischen Stab- und Knotenende, welche als die wichtigste Verbindung der Stabnetzkonstruktion interpretiert werden kann. Neben dieser ergeben sich zwei weitere Verbindungen zwischen Knotenkern und Knotenende bzw. Basisstab und Stabende. Ihre Existenz ist davon abhängig, ob die Form des Stab- bzw. Knotenendes auf subtraktivem oder additivem Weg realisiert wird.

Wie später zu zeigen sein wird, entspricht die Modellierung von einem Kernknoten pro angeschlossenem Stab nicht den praktischen Gegebenheiten. Daher wird das Modell von Arciszewski dahingehend adaptiert, dass nur ein Knotenkern abgebildet wird und die Verbindungen zwischen den mehrfachen Kernknoten entfallen. Das in Bild 4.7, rechts dargestellte *adaptierte Strukturmodell* bildet im weiteren Verlauf der Arbeit die Grundlage zur systematischen Kennzeichnung aller Stabnetzelemente.

### 4.1.3 Funktionen

Stäbe, Knoten sowie die Verbindungen zwischen deren Enden bilden modellgemäß die Basiselemente von Stabnetzen. Sie erfüllen im vorliegenden Kontext im Wesentlichen die drei nachfolgend aufgelisteten Funktionen. Aus diesen wiederum lassen sich verschiedene, sich teilweise überschneidende Anforderungen an die einzelnen Stabnetzelemente ableiten.

1. Das Stabnetz bildet das Primärtragwerk der Gesamtkonstruktion (Tragfunktion).
2. Die Randbereiche der Stabaußenseiten dienen als lineares Auflager der ebenen gläsernen Hüllelemente (Auflagerfunktion).
3. Durch seine Struktur und Detaillierung gliedert das Stabnetz die Freiformfläche und prägt somit die innere und äußere Erscheinung der Konstruktion (Gestaltfunktion).

### 4.1.4 Aktuelle Bauformen

Zumeist projektbezogen wurden im Verlauf des letzten Jahrzehnts von verschiedenen Firmen eine Reihe überwiegend patentierter, konstruktiver Lösungen für einlagige Freiformstabnetze entwickelt. Diese sind gekennzeichnet von unterschiedlichen, anforderungsbezogenen mechanischen und geometrischen Qualitäten. Ihr Kernstück ist prinzipiell das Knotenelement. Fischer und Stephan dokumentieren in (1999) und (2004) umfänglich den diesbezüglichen technischen Status Quo.

Auf der Basis des adaptiven Strukturmodells (vgl. Bild 4.7, rechts) kann eine konsistente, grundlegende formale Klassifizierung aktueller Knotenbauformen vorgenommen werden.

Dabei lassen sich prinzipiell zwei Entwicklungsrichtungen aufzeigen. So werden nachfolgend *Endstückknoten* und *endstücklosen Knoten* unterschieden. Erstere weisen im Gegensatz zu letzteren explizite, radial zur Knotenachse ausgerichtete, lateral am Knotenkern anschließende Knotenenden auf.

### Typ Gartner

Einen komplett räumlich geformten, einteiligen Endstückknoten zeigt Bild 4.8. Dieser weist einen sternförmigen *Querschnitt* auf. Er wurde für ein primär normalkraftbeanspruchtes, ganzflächig parabolisch gewölbtes Stabnetz mit teilweise beträchtlichen lokalen Krümmungen konzipiert. Die massiven Stäbe mit rechteckigem Querschnitt sind mittels Schraubverbindung an ihm angeschlossen.



Bild 4.8: Knoten Typ Gartner (DZ-Bank Berlin)

Der Knoten fungiert aufgrund der gänzlich räumlichen Ausrichtung seiner Knotenendstücke als alleiniger Träger der lokalgeometrischen Information. Seine stark gegliederte, räumliche Form ist infolgedessen von hoher geometrischer Komplexität. Ihre Realisierung machte einen zweistufig individualisierten Fertigungsprozess erforderlich. Dieser kann als überaus aufwendig eingeschätzt werden. Die Anordnung der Schrauben quer zur Stablängsachse bedingte darüber hinaus im Kontext der bekanntermaßen geometrisch intoleranten, dreieckigen Stabnetzstruktur baupraktisch weit überdurchschnittliche Fertigungsgenauigkeiten (vgl. Hertzsch, 2000; Schlaich u. a., 2001).

### Typ Waagner-Biro

Für ein hochgradig biegebeanspruchtes, gänzlich geringfügig sowie parabolisch gekrümmtes Stabnetz wurde der in Bild 4.9 dargestellte einteilige, massive Endstückknoten entworfen. Die mittels Schweißverbindung angeschlossenen Stäbe haben einen rechteckigen Hohlkastenquerschnitt. Sie werden aus Blechen mit stärkeren Wandungsdicken gefertigt.

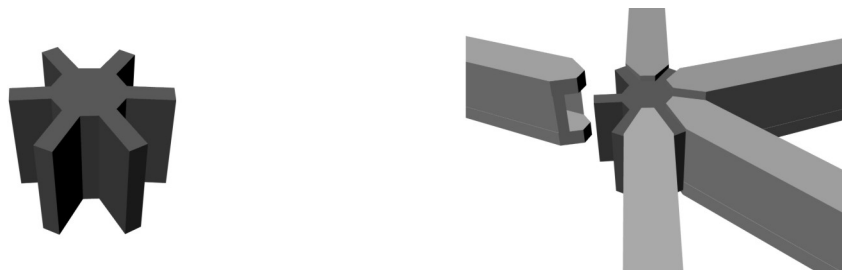


Bild 4.9: Knoten Typ Waagner-Biro (British Museum London)

Das besondere Merkmal des Knotens ist die Ebenheit seiner Deckflächen. Diese ist ursächlich dafür verantwortlich, dass der Knoten nur anteiliger Träger der lokalgeometrischen Information ist. Er kann in dieser Form nur bei gering gekrümmten Stabnetzen zum Ein-

satz kommen. Stärkere Krümmungen machen zur Gewährleistung der Verglasbarkeit eine Bearbeitung der Deckfläche erforderlich.

Die relativ einfache Knotenform ist die Basis für eine effiziente Herstellung der Knotenelemente in einem einstufigen subtraktiven Fertigungsprozess. Da die Schweißverbindung einen einfachen Ausgleich maßvoller dimensionaler Toleranzen ermöglicht, können bei der Herstellung der Knoten und Stäbe vergleichsweise moderate Genauigkeitsanforderungen zugrunde gelegt werden. Die Vorteile der einfachen Knotenherstellung gehen jedoch zu Lasten des Zuschnitts der Stabenden sowie der Justierung und Montage des Stabnetzes (Sischka u. a., 2001) (vgl. EP 1 593 789 A2).

### Typ Seele

Einen komplett elementierten Endstückknoten, mit hochgradiger geometrischer und beanspruchungsbezogener Universalität zeigt Bild 4.10. Der Knoten ist prinzipiell hohl. Zwei Deckplatten bilden den rudimentären Knotenkern. Sie schließen die Öffnungen im Verschneidungsbereich der Knotenenden. Diese beschreiben ein zu den Basisstäben identisches Hohlkastenprofil, welches aus Blechplatten zusammengesetzt wird. Die Verbindung zwischen Stab- und Knotenende erfolgt mittels eines in Stablängsrichtung ausgerichteten, planmäßig vorgespannten Schraubenpaares.

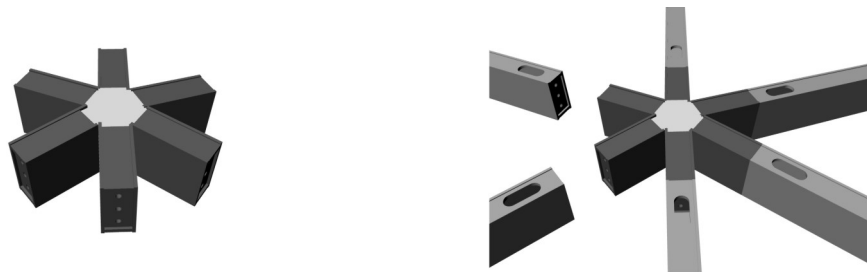


Bild 4.10: Knoten Typ Seele

Der Knoten ist krümmungsunabhängiger alleiniger Träger der lokalen geometrischen Information. Seine Besonderheit liegt in dem additiven Herstellungsansatz. Dieser bietet unabhängig vom Grad der lokalen Krümmung weitreichende formale Freiheiten, bedingt jedoch einen hohen Aufwand für Zuschnitt und Verbindung der Teilelemente. Im eingebauten Zustand erfüllt der Knoten höchste gestalterische Anforderungen, da er visuell kaum als autarkes Element wahrgenommen werden kann (vgl. DE 20 2006 018 652 U1).

### Typ MERO

Ein zweiteiliges endstückloses Knotenelement, bei dem die napfförmigen Teilknoten im Einbauzustand rückseitig zueinander ausgerichtet sind, zeigt Bild 4.11. Der Knoten ist geometrisch und beanspruchungsbezogen hochgradig variabel. Sein Kern hat die Form eines aufgelösten Zylinders. Aus der Mantelfläche herausgearbeitete Passflächen definieren die Knotenenden. Die T-förmigen Stabquerschnitte werden im Stabendbereich mittels eines angeschweißten Gurtstücks zum Doppel-T-Querschnitt erweitert. Die Verbindung zwischen Stab- und Knotenende erfolgt vorzugsweise mittels eines in Stablängsrichtung ausgerichteten, planmäßig vorgespannten Schraubenpaares.

Die Besonderheit dieser Knotenlösung liegt in der Verwendung von universellen, kreisförmigen, deckflächig ebenen Rohlingen. In Abhängigkeit der lokalen Krümmung ist der Knoten alleiniger oder anteiliger Träger der lokalgeometrischen Information. Bei stärkeren lokalen Krümmungen können Teilknoten mit unterschiedlichem Durchmesser verwendet oder die





Bild 4.11: Knoten Typ MERO (Neue Messe Mailand)

Stabenden zur Minimierung des Knotenbearbeitungsaufwandes stufenförmig angeschnitten werden. Stärkere Krümmungsdifferenzen machen auch hier zur Gewährleistung der direkten Verglasbarkeit eine deckflächige Knotenbearbeitung erforderlich (Stephan u. a., 2004)(vgl. DE 10 2004 023 727 A1).

### Typ Fischer

Einen ebenfalls zweiteiligen, geometrisch vergleichsweise einfachen, endstücklosen Knoten zeigt Bild 4.12. Den Knotenkern bilden zwei kreisförmige 'Deckel', die auf den einander zugewandten Seiten ringförmige Einkerbungen besitzen. Die Lösung wurde für primär normalkraftbeanspruchte, gering gekrümmte Stabnetze konzipiert. Die Stäbe weisen einen massiven Rechteckquerschnitt auf. Ihre Enden sind keilförmig und verfügen über eine kreisringförmige 'Aufkantung'. Die Steckverbindung zwischen Stab- und Knotenende erfolgt über den Formschluss zwischen Knoten und Stabende nach dem Nut-Feder-Prinzip. Orthogonal zu den Knotendeckeln ausgerichtete Schrauben dienen nur der Lagefixierung. Speziell die Fertigung der Stäbe erfordert höchste Genauigkeiten, da Toleranzen verbindungsbedingt kaum ausgeglichen werden können.

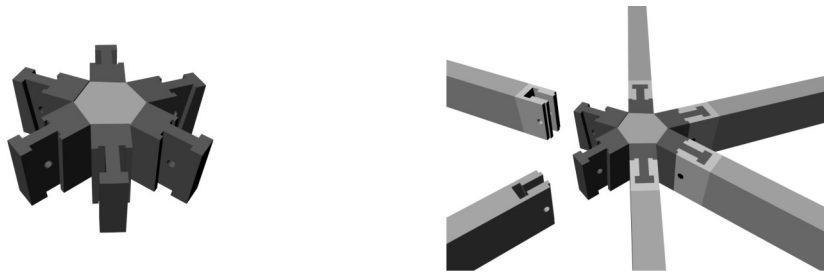


Bild 4.12: Knoten Typ Fischer

Die Besonderheit dieser Knotenlösung liegt in ihrer Universalität. Der Knoten weist eine sehr einfache, radiale, nahezu zweidimensionale Geometrie auf. Seine Simplizität geht zu Lasten einer aufwändigen Stabendbearbeitung. Der Bruttoquerschnitt des Stabes wird dabei deutlich geschwächt. Die Lösung ist aufgrund der Ebenheit der Deckel nur für gering gekrümmte, vorwiegend normalkraftbeanspruchte Stabnetze geeignet (vgl. EP 0 893 549 A3).

### Typ Rüter

Einen einteiligen, stark gegliederten, sog. *Sigma-Knoten* zeigt Bild 4.13. Die Lösung kann den Endstückknoten zugeordnet werden. Sie wurde projektunabhängig für hochgradig biegebeanspruchte Verbindungen mit der Prämisse einer werkzeuglosen Montage entwickelt. Der Stabquerschnitt ist nahezu beliebig, da die Lösung auf der Verwendung expliziter Stabendstücke basiert.



**Bild 4.13:** Knoten Typ Rüter (Sigma-Knoten)

Knoten- und Stabendstück bilden Einfass- und Füllteil. Sie realisieren die Steckverbindung. Diese ist hoch biegetragfähig und verformungsarm, aber nur geringfügig in der Lage Toleranzen auszugleichen. Gleichwohl erfüllt sie höchste gestalterische Anforderungen, denn sie ist visuell kaum wahrnehmbar. Die Realisierung der stark gegliederten Knotenform erfordert einen überdurchschnittlich aufwändigen Herstellungsprozess. Der Knoten kam bisher noch nicht im Kontext gekrümmter oder gar frei geformter Stabnetze zum Einsatz (Rüter u. a., 2000).

## 4.2 Stäbe

Die Stäbe sind strukturbildende Hauptelemente des Stabnetzes und dienen als lineares Auflager für die Glaselemente. Sie weisen eine gerade Längsachse und individuelle Länge auf. Ihre Dimensionen resultieren grundlegend aus der Wechselbeziehung zwischen Qualität und Quantität der inneren Stabbeanspruchungen sowie den Werkstoffeigenschaften und der Form des Querschnitts. Modellgemäß sind die Stäbe knotenbezogen zweiteilige Konstruktionselemente bestehend aus dem Basisstab und dem Stabendstück.

### 4.2.1 Anforderungen an die Stäbe

Aus den unter 4.1.3 dargestellten Funktionen des Stabnetzes leiten sich eine Reihe von Anforderungen an die Stäbe ab.

#### 1 Tragfunktion

- 1.1 Der Stabquerschnitt muss eine beanspruchungsbezogene Tragfähigkeit aufweisen.
- 1.2 Der Stabquerschnitt sollte an die lokalen Beanspruchungen angepasst werden können.
- 1.3 Im Stabendbereich darf der Stabquerschnitt gewöhnlich nicht verjüngt werden.
- 1.4 Die Stäbe sollten so zur Netzkante ausgerichtet werden, dass keine oder möglichst geringe exzentritätsbedingte Zusatzbeanspruchungen auftreten.

#### 2 Glasauflagerfunktion

- 2.1 Der Stabquerschnitt muss eine die Verformung limitierende Steifigkeit aufweisen.
- 2.2 Die Stabaußenseite muss planeben sein.
- 2.3 Der Stab muss eine konstruktiv induzierte Mindestbreite aufweisen.
- 2.4 Der Stab sollte zur Sicherung eines ästhetisch qualitätvollen, ebenmäßigen Fugenmaßes parallele Randkanten aufweisen.
- 2.5 Die Auflagerlinien bzw. Stabrandkanten müssen ein ebenes Polygon beschreiben.

### 3 Gestaltfunktion

- 3.1 Die Stäbe sollten gleiche Höhen am Knoten aufweisen.
- 3.2 Die Stabprofile sollten scharfkantig sein.
- 3.3 Alle Stäbe sollten die gleiche Breite aufweisen.
- 3.4 Die Stäbe sollten minimale Querschnittsdimensionen besitzen.

### 4 Sonstiges

- 4.1 Die Stabenden müssen formal an die individuellen lokalgeometrischen Situationen angepasst werden können.
- 4.2 Die Stäbe sollten mit minimalem Fertigungsaufwand hergestellt werden können.

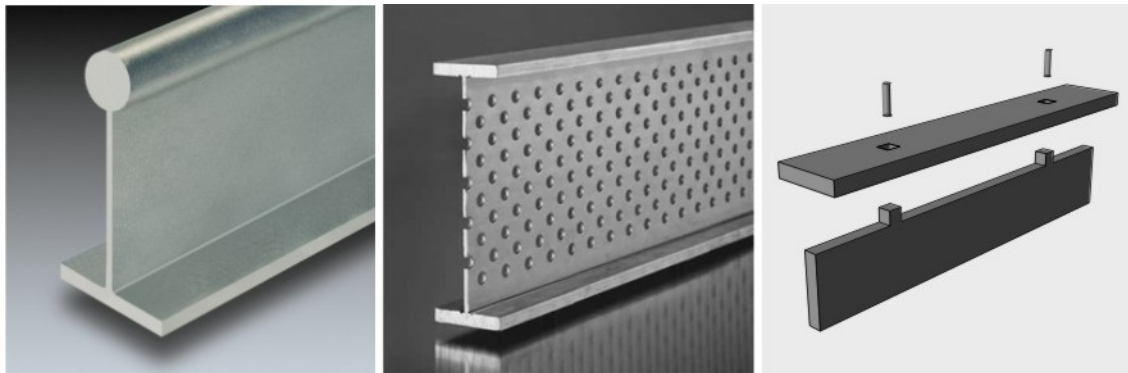
#### 4.2.2 Basisstäbe

Die unter 4.2.1 dargestellten Anforderungen an die Stäbe können konstruktiv auf unterschiedlichste Art und Weise erfüllt werden. Verschiedene projektspezifische Detaillösungen dokumentieren den technischen Status Quo. Dieser basiert ausnahmslos auf der Anwendung industriell vorgefertigter Profile.

- *Massive Rechteckquerschnitte* kommen oftmals in primär normalkraftbeanspruchten Stabnetzen mit Schalentragwirkung zur Anwendung (vgl. Schlaich u. Schober, 1998; Schlaich u. a., 2001).
- *Konfektionierte T-, Doppel-T- und Hohlprofile* bieten bei planmäßigen großen Biegebeanspruchungen eine variantenreiche Alternative, welche Stäbe geringer Breite sowie überdurchschnittliche Wandungsstärken ermöglicht (vgl. Sischka u. a., 2001; Schober u. a., 2004).
- Die *Variation der Stabhöhe bei konstanter Stabbreite* bietet eine Möglichkeit, die Stäbe unter Beachtung der ästhetischen und verglasungstechnischen Anforderungen an die quantitativ unterschiedlichen Beanspruchungen anzupassen (vgl. Schlaich u. a., 2001; Sischka u. a., 2001; Schober u. a., 2004).
- *Gevoutete Stäbe* zeichnen sich durch ihre über die Länge variable Höhe aus. Sie offerieren eine Option zur Erzielung einer fließenden Erscheinung bei Gewährleistung gleicher Stabhöhen am Knoten (vgl. Sischka u. a., 2001; Schober u. a., 2004).
- *Sekundärstäbe* mit deutlich reduzierter, konstanter Stabhöhe können in Stabnetzen mit geringen Schubbeanspruchungen (in der Fläche) verwendet werden. In der Verglasungsebene angeordnet, bewirken sie eine spürbare Vereinfachung des Stab-Knoten-Kontakt-Bereichs (vgl. Schober u. a., 2004).

Nicht projektbezogen wurden in den letzten Jahren eine Reihe innovativer Lösungen zur Realisierung anforderungs- bzw. beanspruchungsbezogener konfektionierter Stäbe entwickelt.

- *Lasergeschweißte Stabprofile* bieten weitreichende Querschnittsvariabilität bei makellosem Erscheinungsbild (vgl. Bild 4.14, links)(vgl. Z-30.3-6).
- *Rollgefügte Doppel-T-Profile* vereinigen die Vorteile einer optimierten Profilierung und Wirtschaftlichkeit der Herstellung (vgl. Bild 4.14, zentral)(vgl. Z-14.5-443).
- Durch *Laserschnitt* lassen sich aus ebenen Blechen Zuschnitte mit nicht linearen Randkanten herstellen. Durch Zusammenstecken und Verschrauben sind somit ebenfalls sehr variantenreiche, beanspruchungsoptimierte Profile möglich (vgl. Bild 4.14, rechts)(vgl. DE 203 14 412 U 1).



**Bild 4.14:** Lasergeschweißtes Profil (Quelle: Montanstahl) | Rollgefügttes Profil (Quelle: DAVEX) | Lasergeschnittenes Steckprofil (Quelle: Renovision)

Die obige Aufstellung zeigt, dass in der Praxis überwiegend einfache massive Rechteckprofile oder konfektionierte Querschnitte zur Anwendung kommen. Beide Lösungen erfüllen alle unter 4.2.1 dargestellten Anforderungen. Erstere sind dabei vornehmlich für geringere, primär normalkraftbeanspruchte Stabnetze geeignet und ermöglichen ein Höchstmaß an Transparenz. Letztere bieten auf der Basis einer beanspruchungsbezogenen Adaptierbarkeit der Querschnitte deutlich größere Tragfähigkeiten bei optimiertem Materialeinsatz.

Genormte Walzprofile in Form von T-, Doppel-T-, Quadrat- und Rechteckhohlprofilen kommen in der Praxis trotz der aus der Standardisierung resultierenden wirtschaftlichen Vorteile nicht bzw. kaum zum Einsatz. Hintergrund dessen ist die nur sehr bedingt gegebene Möglichkeit, die gestalterischen Forderungen nach der Verwendung schlanker, minimal dimensionierter Stäbe mit universaler Querschnittsform und konstanter Breite im gesamten Stabnetz zu erfüllen. Ursächlich verantwortlich dafür ist der vergleichsweise geringe Anteil von Stäben mit geringer Breite im Gesamtprogramm der Profiltabellen. Dieser dokumentiert sich beispielsweise darin, dass nur 30 % der rechteckigen und gar nur 14 % der quadratischen, genormten Hohlprofile eine Breite von kleiner gleich 60 mm aufweisen. Dies entspricht einer Auswahl von 34 bzw. 14 Stück (vgl. DIN EN 10210).

### 4.2.3 Stabenden

Im Stabendbereich kontaktieren die Stäbe die Knotenelemente. Um die eingeführten Verbindungstechnologien des Stahlbaus (vgl. 4.3.2 bis 4.3.4) für die Montageverbindung zwischen Stab- und Knotenende nutzen zu können, ist im Regelfall eine spezielle Ausformung des Stabendbereichs erforderlich. Die Vielfalt der Möglichkeiten dokumentiert sich auch hier ansatzweise in verschiedenen projektbezogenen Lösungen.

- *Stumpfe Stabenden* mit nahezu orthogonalem Charakter bedingen die vollständige konstruktive Realisierung der Lokalgeometrie im Knotenelement. Dabei kann die Verbindung sowohl durch ein längs zur Stabachse ausgerichtetes Schraubenpaar als auch durch Schweißnähte hergestellt werden.
- *Gestufte bzw. geblattete und gegabelte Stabenden* bieten eine Option zur geschraubten Verbindung von Stäben und Knoten. Die Schraube wird dabei quer zur Stabachse angeordnet und auf Abscheren beansprucht (vgl. Schlaich u. Bergermann, 1992a,b; Schlaich u. Schober, 1998)
- *Dreidimensionale Gehrungsschnitte* ermöglichen bei Schweißverbindungen zwischen Stäben und Knoten eine räumliche Ausrichtung der Stäbe und einen hochgradig biegetragfähigen Anschluss (vgl. Sischka u. a., 2001).

- Durch die *Aufweitung des T- zum Doppel-T-Querschnitt* sind randnahe, vorgespannte longitudinale Schraubverbindungen vom Knoten direkt in die Flansche des Profils realisierbar. *Stufenförmige, einfach orthogonale Stabendschnitte* reduzieren gleichzeitig den Aufwand für die Knotenbearbeitung (vgl. Schober u. a., 2004).

#### 4.2.4 Ausrichtung der Stablängsachse

Die konsistente Ausrichtung der Stäbe relativ zum geometrischen Flächennetz ist eine der Hauptaufgaben des konstruktiven Stabnetzentwurfs. In Abschnitt 2.5.2 wurde ein Ansatz zur Ermittlung ergänzender Kantennormalen vorgestellt. Letztere ermöglichen in Verbindung mit den Netzkanten die Bestimmung eines kantenindividuellen Koordinatensystems.

Die Existenz eines Kantenkoordinatensystems ist eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung zur Ausrichtung des entsprechenden Stabquerschnitts. Zu diesem Zweck ist es notwendig, die relative Beziehung zwischen einer Stablängsachse und der Netzkante zu definieren. In der Praxis sind diesbezüglich bisher zwei Lösungen bekannt.

##### Ansatz <L1>

Die im Allgemeinen naheliegendste und mechanisch 'sauberste' Herangehensweise zur Längsausrichtung der Stäbe basiert auf der Überlagerung von Schwerachse und zugehöriger Netzkante (vgl. Bild 4.15, links). Der Ansatz ist jedoch nur bei der Verwendung von Stäben gleicher Höhe bzw. bei weitgehend homogener Verteilung der inneren Beanspruchungen im Stabnetz anwendbar. Unterschiedliche Stabhöhen bzw. gevoutete Stäbe haben unerwünschte Knicke bzw. Sprünge in der Verglasungsebene zur Folge und stellen somit die linear direkte Auflagerung der Gläser in Frage (vgl. Schlaich u. Schober, 1992, 1998).

##### Ansatz <L2>

Eine alternative Möglichkeit zur Lösung des dargestellten Problems bildet die Ausrichtung der Stäbe mit der Mittelachse ihrer Außenseite entlang der Netzkante (vgl. Bild 4.15, rechts). Auf dieser Basis können sowohl Profile mit variabler Höhe als auch Breite sowie gevoutete Stäbe konsistent ausgerichtet werden (Sischka u. a., 2001; Schober u. a., 2004; Stephan u. a., 2004; Havemann u. Düster, 2005).

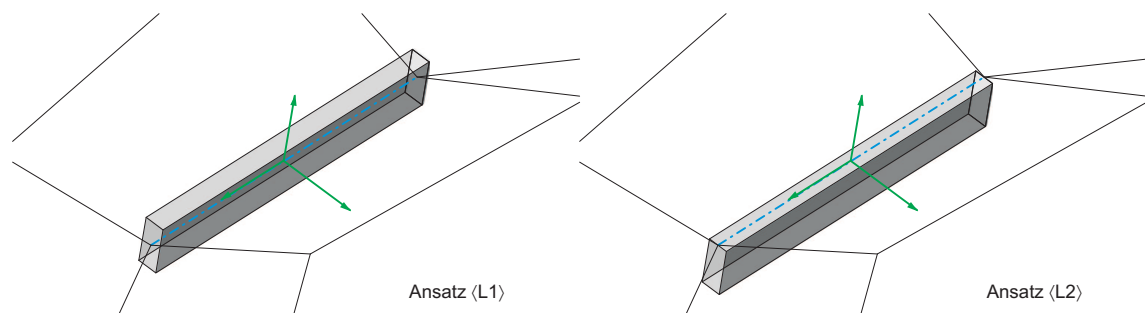


Bild 4.15: Ausrichtung der Stablängsachse relativ zur Netzkante

### 4.3 Verbindung und Knotenform

Die Primärfunktion einer Verbindung ist die kraftschlüssige Kopplung von Bauteilen. Im Anschlussbereich von Stab und Knoten können modellgemäß drei Verbindungen identifiziert werden (vgl. 4.1.2). Deren wichtigste ist die zwischen Stab- und Knotenende. Sie ist in jedem Stabnetz unabhängig von dessen konstruktiver Auslegung als Montageverbindung vorhanden. Alle nachfolgenden Ausführungen beziehen sich daher ausschließlich auf sie.

Die Tragqualität einer Verbindung hängt maßgeblich von ihrer Steifigkeit ab. Diese wiederum wird entscheidend beeinflusst vom Maß des Querschnittkontakts zwischen Stab und Knoten sowie von der Art der Verbindungstechnologie. Sie hat gravierende Auswirkungen auf das Verformungsverhalten und damit auf die Verglasbarkeit der Stabnetzkonstruktion (vgl. Knippers u. a., 1997; Bulenda u. Winzinger, 2005).

Die Definition der Art der Verbindung ist eine der elementarsten Entscheidungen im konstruktiven Entwurfsprozess. Neben der Steifigkeit beeinflusst sie maßgeblich die Form des Knotenelementes und dessen geometrische Komplexität. Letztere bestimmt im Kontext der lokalen Individualität in entscheidendem Maße den Aufwand zur technischen Realisierung der Knoten und hat damit weitreichende Auswirkungen auf die Wirtschaftlichkeit der gesamten Konstruktion.

#### 4.3.1 Anforderungen an die Verbindungen

Die Anforderungen an die Verbindungen leiten sich aus den unter 4.1.3 dargestellten Funktionen des Stabnetzes ab.

##### 1 Tragfunktion

1.1 Die Verbindung muss eine beanspruchungsäquivalente Tragfähigkeit aufweisen.

1.2 Die Verbindung muss biegesteif wirksam sein.

1.3 Die Verbindung sollte an die lokalen Beanspruchungen angepasst werden können.

##### 2 Glasauflagerfunktion

2.1 Die Verbindung muss so gestaltet werden, dass sie keine verglasungskritische Störung der direkten, linearen Lagerung verursacht.

##### 3 Gestaltfunktion

3.1 Im Sinne eines homogenen, visuell nicht bzw. kaum wahrnehmbaren Übergangs zwischen Stabquerschnitt und Knoten sollten keine Verbindungsteile aus der durch das Stabprofil definierten Kontur herausragen.

##### 4 Sonstiges

4.1 Das Verbindungsprinzip sollte im Stabnetz nicht variieren.

4.2 Die Verbindung muss auf der Baustelle realisiert werden können.

4.3 Die Verbindung sollte die Möglichkeit beinhalten, maßliche Toleranzen auszugleichen.

### 4.3.2 Schweißverbindungen

Beim Schweißen werden die zu verbindenden Teile mittels verschiedener Verfahren lokal so stark erhitzt, dass der Stahl plastiziert oder sich verflüssigt und dadurch eine dauerhafte, *stoffschlüssige Gefügeverbindung* erzielt wird. Schweißverbindungen bieten als genormte Verbindungen ein hohes Maß an Anwendungssicherheit (vgl. DIN 18800-1). Umfangreiche Anforderungen bzgl. der Schweißbedingungen dienen der Sicherung der Verbindungsqualität und prädestinieren das Schweißen als Werkstattverbindung.

#### Tragfähigkeit, Steifigkeit, Toleranzen und Verglasbarkeit

Die Tragfähigkeit von Schweißverbindungen ist über die *Länge* und die *Dicke* der Naht weitreichend steuerbar. Durch deren Anordnung in den Randbereichen des Querschnitts können biege feste Anschlüsse mit hohen Steifigkeiten realisiert werden. Dies setzt jedoch einen vollflächigen Kontakt zwischen Knoten- und Stabquerschnitt voraus.

Beim Schweißen können im Bereich der Naht geringfügige Zuschnitt- und Ausrichtungstoleranzen ausgeglichen werden. Gleichwohl hat der massive lokale Wärmeeintrag Eigen- und Schrumpfspannungen zur Folge. Diese wiederum können in Abhängigkeit der Bauteildicke selbst erhebliche maßliche Abweichungen verursachen.



Bild 4.16: Linearer Charakter und formale Vielfalt von Schweißverbindungen

Im Bereich der Schweißnaht wird in Abhängigkeit des Schweißverfahrens kein bzw. nur in geringfügigem Maße Material aufgetragen. Daher stören Schweißverbindungen a priori nicht die Verglasbarkeit des Stabnetzes. Diese ist vielmehr von der Kubatur der Stäbe und Knoten sowie von der Ausrichtung der zu verbindenden Flanken an den Stab- bzw. Knotenenden abhängig.

#### Konstruktives Hauptmerkmal

In der allgemeinen baulichen Anwendung werden Schweißverbindungen in der Regel durch *linienförmige Nähte* realisiert. Deren Ausrichtung orientiert sich an der Gestalt des Anschlussbereichs (vgl. Bild 4.16), was wiederum zur Folge hat, dass die *lineare Parallelität* der zu verbindenden Kanten die entscheidende konstruktive Voraussetzung zum Herstellen einer Schweißnaht ist. Der entsprechende geometrische Zustand muss bei unikatener Ausrichtung von Knoten und Stäben ggf. durch eine individuelle Bearbeitung der Kontaktflächen herbeigeführt werden.

#### Schweißverbindung und Knotenform

Schweißverbindungen sind formal und dimensional hochgradig variable Verbindungen. Die lineare Parallelität der zu verbindenden Kanten ist eine konstruktiv vielfältigst zu realisierende Forderung. Dabei muss die Naht so geführt werden, dass sie zugänglich ist und physisch realisiert werden kann.

In Abschnitt 4.1.4 wurden zwei Knotenlösungen vorgestellt, die für geschweißte Stabanschlüsse konzipiert wurden. Der Knoten *Typ Waagner-Biro* ist ein sternförmiger Endstückknoten. Seine quaderförmigen Knotenenden sind monolithisch mit dem zylindrischen Kern verbunden. Sie weisen eine variable, beanspruchungsabhängige Länge und eine geringfügig geringere Höhe als die Stäbe auf. Letztere ermöglicht die Verbindung mittels umlaufender Kehlnaht. Der Knoten-Stab-Höhenversatz verhindert gleichsam verglasungsbezogene Probleme im Verbindungsbereich (vgl. Bild 4.17).



**Bild 4.17:** Endstückknoten mit geschweißten Verbindungen

Der prinzipiell für geschraubte Stabanschlüsse konzipierte endstücklose Knoten *Typ ME-RO* ist ebenfalls für Schweißverbindungen geeignet. Die Länge der Schweißnaht ist dabei nicht in dem Maß variierbar, wie bei der zuvor diskutierten Lösung nach Waagner-Biro. Ursächlich verantwortlich dafür sind die nicht vorhandenen Knotenendstücke, welche die entsprechenden geometrischen Spielräume limitieren (vgl. Bild 4.18).



**Bild 4.18:** Endstückloser Knoten mit geschweißten Verbindungen

Anhand der zwei Beispiele ist erkennbar, dass sich keine generellen Zusammenhänge zwischen Schweißverbindung und Knotenform herstellen lassen. Sowohl endstücklose als auch Endstückknoten sind realisierbar. Allenfalls lässt sich bei großen Biegebeanspruchungen eine Tendenz zur Knotenform mit Endstücken erkennen, da diese erweiterte Möglichkeiten bzgl. der Schweißnahtführung bietet.

### 4.3.3 Schraubverbindungen

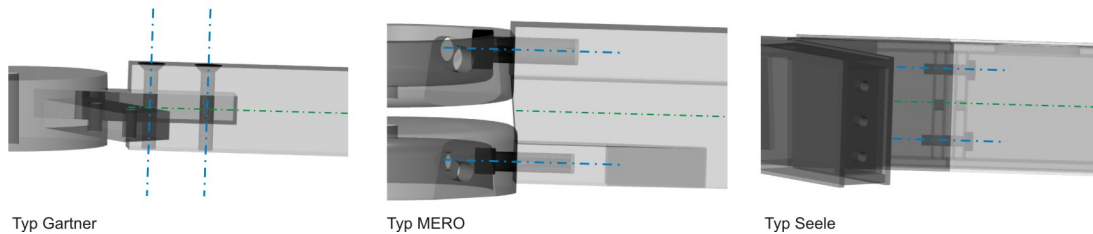
Schraubverbindungen basieren auf einer bolzenförmigen Durchdringung der zu koppeln- den Bauteile. Der *Formschluss* zwischen Schraubenschaft bzw. -kopf und Lochrand ermöglicht die Kraftübertragung. Geschraubte Verbindungen sind normativ geregelt und bieten dadurch ein hohes Maß an Anwendungssicherheit (vgl. DIN 18800-1). Sie sind überaus geeignete Baustellenverbindungen, da der Montageprozess wenige Anforderungen stellt, witterungsunabhängig ist und die Verbindung sofort beansprucht werden kann.

#### Tragfähigkeit, Steifigkeit, Toleranzausgleich

Die Tragfähigkeit geschraubter Verbindungen ist über *Anzahl*, *Durchmesser* und *Ausrichtung* der Schrauben weitreichend steuerbar. Bezüglich letzterer ergeben sich prinzipiell drei

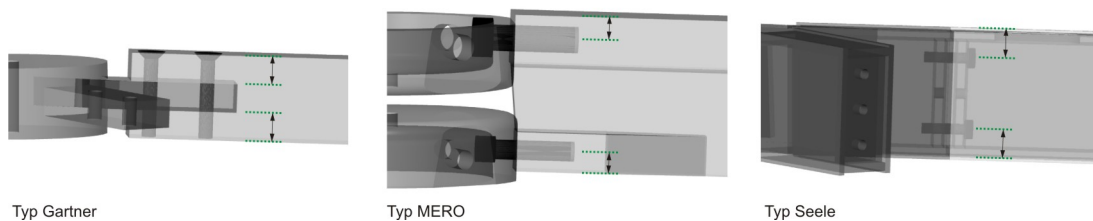


Anordnungsvarianten relativ zur Stablängsachse, von denen im vorliegenden Kontext zwei zur Anwendung kommen (vgl. Bild 4.19).



**Bild 4.19:** Ausrichtung der Schraubenachse relativ zur Stablängsachse

Die Steifigkeit von Schraubverbindungen ist in der Regel geringer als die der zu verbindenden Querschnitte sowie als die geschweißter Verbindungen. Ursächlich verantwortlich dafür ist prinzipiell die bohrlochbedingte, lokale Schwächung im Anschlussbereich und der von der Ausrichtung der Schraubenachse abhängige Schlupf. Da im vorliegenden Kontext verglasungs- und gestaltungsbedingt keine Schrauben außerhalb des Stabquerschnittes angeordnet werden können (vgl. 4.3.1), ergibt sich darüber hinaus das Problem des Versatzes zwischen der Scherfuge bzw. der Schraubenachse und dem Rand des Stabprofils (vgl. Bild 4.20). Auch bei vollflächigem Kontakt zwischen Knoten- und Stabquerschnitt biegebeanspruchter Verbindungen wirkt sich dieser nachteilig auf die Steifigkeit aus.



**Bild 4.20:** Versätze der Scherfuge bzw. Schraubenachsen relativ zur Stabrandkante

Schraubverbindungen beinhalten neben der Witterungsunabhängigkeit den montage-technischen Vorteil, dass sich kleinere konstruktive Negativtoleranzen durch das Aufweiten der Bohrungen bzw. das Unterlegen ergänzender Distanzelemente im Verbindungsbereich relativ einfach ausgleichen lassen. In Bezug auf die Verglasung sind insbesondere orthogonal zur Verglasungsebene bzw. quer zur Stablängsachse ausgerichtete Schrauben problematisch, da deren Köpfe bzw. Muttern über das Stabprofil hinausragen.

### Konstruktive Hauptmerkmale

Schraubverbindungen tragen einen *punktuellen* bzw. *multipunktuell-flächigen* Charakter. Im Regelfall kommen zwei oder mehr Schrauben pro Anschluss zur Anwendung. Als wichtigste konstruktive Voraussetzung zur Herstellung einer geschraubten Verbindung kann die Ausrichtung der Schraubenachse *orthogonal zur Kontaktfläche* der zu verbindenden Bauteile interpretiert werden. Diese sichert die planmäßige Auflage des Schraubenkopfes bzw. der Mutter. Sie mündet in der Forderung nach einer *flächigen Parallelität* der sich kontaktierenden Bereiche.

### Schraubverbindung und Knotenform

Geschraubte Verbindungen bieten grundsätzlich drei Optionen zur Ausrichtung der Schraubenachse relativ zur Stablängsachse. Sie sind formal nur indirekt ähnlich variabel

wie Schweißverbindungen. Dies hängt damit zusammen, dass zur Realisierung der Flächenparallelität individuell ausgerichteter Stäbe und Knoten entweder eine entsprechende Bearbeitung des bzw. der Querschnitte oder die Anordnung eines „Vermittler- bzw. Ausgleichselements“ notwendig ist.



**Bild 4.21:** Endstückknoten mit quergerichteten Schrauben

In Abschnitt 4.1.4 wurden drei Knotenlösungen vorgestellt, die für eine geschraubte Montageverbindung ausgelegt wurden. Der Knoten vom Typ *Gartner* ist ein sternförmiger Endstückknoten mit orthogonal zur Stablängsachse angeordneten Schrauben. Letztere bedingen explizite Endstücke am Knoten. Diese wurden realisiert in Form quaderförmiger Elemente, welche von den gabelförmigen Stabenden eingefasst werden und monolithisch mit dem zylindrischen Knotenkern verbunden sind. Zur Gewährleistung der direkten Glaslagerung kamen Senkkopfschrauben zur Anwendung (vgl. Bild 4.21).



**Bild 4.22:** Endstückloser Knoten mit längsgerichteten Schrauben

Die Knoten von *MERO* bzw. *Seele* basieren auf der longitudinalen Ausrichtung eines zugbeanspruchten Schraubenpaares pro Verbindung. Ersterer ist ein endstückloser Knoten mit prinzipiell kreiszylindrischem Kern. Durch laterale Bearbeitung der Rohlinge und ggf. stufenförmigen Schnitt der Stabenden wird die Parallelität der Kontaktflächen realisiert (vgl. Bild 4.22).

Der Ansatz nach *Seele* ist ein nahezu 'kernloser' Knoten mit dimensional dominanten Endstücken. Durch geometrieadäquaten Zuschnitt der Steg- und Gurtplatten wird die notwendige Kontaktflächengeometrie allein über den Knoten realisiert. Die Stäbe weisen prinzipiell orthogonale Enden auf. Die Schrauben werden „vom Stab in den Knoten“ montiert. Erstere weisen dazu Montageöffnungen in den äußeren Gurtplatten auf (vgl. Bild 4.22).

Die drei Beispiele zeigen, dass auch Schraubverbindungen so variabel sind, dass sich nur wenige generelle Schlußfolgerungen bzgl. der Knotenform ableiten lassen. In jedem Fall machen quer ausgerichtete Schrauben eine räumliche Übergreifung der zu verbindenden Bauteile und damit Endstückknoten erforderlich. Längs ausgerichtete Schrauben hingegen bedingen diese nicht. Entsprechend kann der Knoten endstücklos-kompakt, als auch stark gegliedert mit Endstücken ausgeführt werden.

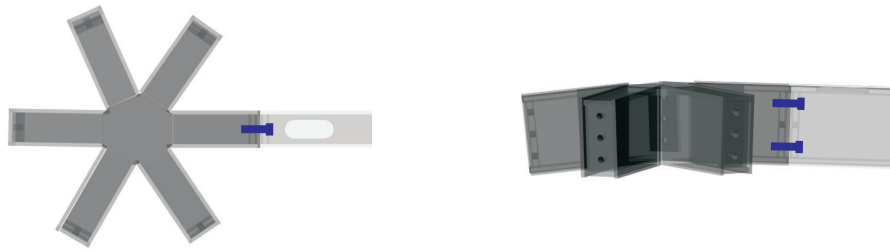


Bild 4.23: Endstückknoten mit längsgerichteten Schrauben

#### 4.3.4 Steckverbindungen

Steckverbindungen basieren auf dem Positiv-Negativ-Prinzip eines formalen Zusammenspiels zwischen Einfass- und Füllteil. Sie übertragen Kräfte durch *Formschluss* ineinandergreifender, zur Kraftwirkungsrichtung nicht paralleler Wirkflächen (vgl. Bild 4.24). Im Stahlbau repräsentieren sie eine alternative Verbindungslösung.

Steckverbindungen beinhalten in der baupraktischen Anwendung ein vermindertes Maß an Sicherheit, da sie nicht explizit genormt bzw. anderweitig reglementiert sind. Sie zeichnen sich durch einen hohen Aufwand für den Entwurf und die praktische Realisierung der räumlichen Wirkflächengeometrie der Verbindungsteile aus. Die Möglichkeit der raschen, werkzeuglosen Montage prädestiniert sie als Baustellenverbindungen.

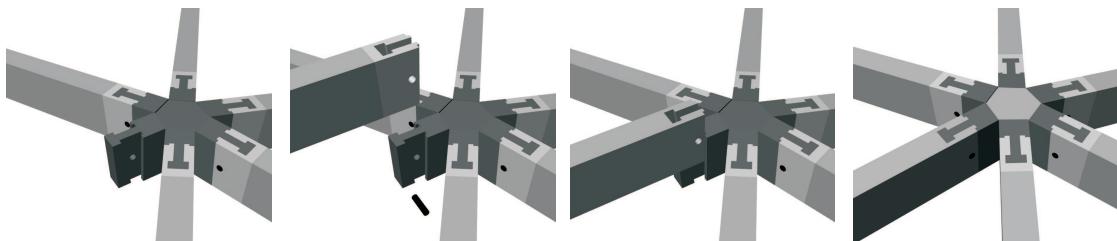


Bild 4.24: Prinzip Steckverbindung (Knoten Typ Rüter)

#### Tragfähigkeit, Steifigkeit, Toleranzen, Verglasung

Dimensionen und Ausrichtung der Wirkflächen sind gleichsam und primär für die Tragfähigkeit und Steifigkeit von Steckverbindungen verantwortlich. Sie sind als variable Elemente des konstruktiven Entwurfs in einem weitreichenden Rahmen steuerbar.

Steckverbindungen erfordern höchste Genauigkeiten um den vollflächigen Kontakt der Wirkflächen realisieren zu können. Daher sind sie kaum in der Lage Toleranzen auszugleichen. Bei entsprechender Gestaltung des Verbindungsbereichs verursachen sie keine Störungen des linearen Auflagerbereichs der Gläser und ermöglichen schlussendlich eine hochwertige visuelle Qualität des Anschlusses.

#### Konstruktives Hauptmerkmal

Gesteckte Verbindungen tragen einen räumlichen Charakter. Die wichtigste Randbedingung des konstruktiven Entwurfs ist die zu realisierende *räumliche Parallelität* der Wirkflächen an Einfass- und Füllteil. Diese muss dabei so geartet sein, dass die Beanspruchungen nicht parallel zur Kontaktfläche wirken.

### Steckverbindung und Knotenform

Steckverbindungen sind formal und dimensional hochgradig variable Verbindungen. Die räumliche Parallelität der zu verbindenden Wirkflächen ist eine konstruktiv vielfältigst zu realisierende Forderung. Sie bedingt in jedem Fall eine Übergreifung zwischen Stab- und Knotenende. Bei der Konzeptionierung muss darauf geachtet werden, dass die notwendige Fügebewegung ausgeführt werden kann.

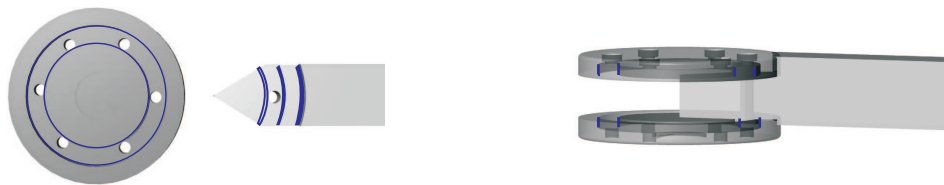


Bild 4.25: Endstückloser Knoten mit Steckverbindungen

In Abschnitt 4.1.4 wurden zwei auf dem Steckprinzip basierende Knotenlösungen vorgestellt. Der Knoten von *Fischer* ist dabei ein radialsymmetrischer, endstückloser Doppel-Teller-Knoten. Dieser umfasst die Stabenden zweiseitig und basiert auf einer ringförmigen Variation des Nut-Feder-Prinzips. Die quer zur Stabachse ausgerichteten Schrauben dienen lediglich der Lagesicherung (vgl. Bild 4.25).



Bild 4.26: Endstückknoten mit Steckverbindungen

Beim *Sigma*-Knoten von Rüter realisieren explizite Stab- und Knotenendstücke die form-schlüssige Verbindung. Das Knotenelement ist daher überaus stark gegliedert und der Anschluss weist eine hohe Steifigkeit sowie Biegetragfähigkeit auf. Zur Fixierung der Verbindung dienen quer zur Stabachse ausgerichtete Bolzenelemente (vgl. Bild 4.26).

Anhand der zwei Beispiele ist erkennbar, dass sich auch bei Steckverbindungen nur wenige generalisierende Zusammenhänge zur Knotenform herstellen lassen. So müssen endstücklose Knoten die notwendige Übergreifung innerhalb des Knotenquerschnitts realisieren. Sie weisen daher eine tendenziell geringere Biegetragfähigkeit und -steifigkeit als Knoten mit Endstücken auf. Letztere sind darüber hinaus formal wesentlich variabler, geometrisch aber zumeist auch deutlich komplexer.

## 4.4 Knotendimensionen

Die geometrische Situation im Knotenbereich ist grundlegend von einer variablen Anzahl form- und vernetzungsabhängig, individuell ausgerichteter Stäbe gekennzeichnet. Letztere weisen im Allgemeinen homogene Breiten und identische Höhen auf (vgl. 4.2.2). Die Knoten müssen dementsprechend so dimensioniert sein, dass sie deren grundsätzlich seitlichen Anschluss mit vollem Querschnitt ermöglichen. Daher ist es erforderlich, dass sie über eine adäquate *Knotenhöhe* und einen ebensolchen *Knotenquerschnitt* verfügen.

Die Knotenelemente sind modellgemäß zweiteilige Konstruktionselemente bestehend aus dem Knotenkern und den Knotenendstücken (vgl. 4.1.2). Baupraktisch existiert eine Vielzahl unterschiedlicher Lösungen (vgl. 4.1.4). Deren Dimensionen sind maßgeblich von der Bauform des Knotens, den Dimensionen der Stäbe und von der individuellen lokalen Geometrie abhängig.

#### 4.4.1 Anforderungen an die Knoten

Die unter 4.1.3 dargestellten Funktionen des Stabnetzes definieren indirekt eine Reihe von Anforderungen an die Knotenelemente.

##### 1 Tragfunktion

1.1 Die Knoten müssen eine beanspruchungsbezogene Tragfähigkeit aufweisen.

##### 2 Glasauflagerfunktion

2.1 Die Knoten müssen eine die Stabnetzverformung limitierende Steifigkeit aufweisen.

2.2 Im Anschlussbereich der Stäbe dürfen die Knoten keine Störung der linearen Lagerung der Gläser verursachen.

##### 3 Gestaltfunktion

3.1 Die Knoten sollten im Sinne einer homogenen, diskreten Erscheinung des Stabnetzes dimensional zurückhaltend gestaltet sein.

##### 4 Sonstiges

4.1 Die Knoten müssen formal an die individuellen lokalgeometrischen Situationen angepasst werden können.

4.2 Durch ihre Dimensionen müssen die Knoten den kollisionsfreien Anschluss der Stäbe ermöglichen.

4.3 Die Knoten sollten eine möglichst einfache Geometrie aufweisen, um den Aufwand des individualisierten Herstellungsprozesses zu limitieren.

#### 4.4.2 Knotenhöhe

In Abschnitt 4.1.4 wurden verschiedene Knoten vorgestellt, die ansatzweise die formale Vielfalt möglicher Lösungen skizzieren. Die dortigen Abbildungen verdeutlichen, dass die Knotenhöhe maßgeblich von der Höhe der angeschlossenen Stäbe abhängig ist.

Zur objektiven Analyse des Einflusses der Stabhöhe und anderer konstruktiver sowie geometrischer Randbedingungen auf die Knotenhöhe wird das Knotenelement nachfolgend als Kreiszylinder abstrahiert. Diese Modellierung greift die Existenz eines Kernknotens als übergreifendes Merkmal von Endstück- bzw. endstücklosen Knoten sowie die radial-flächige Ausrichtung der angeschlossenen Stäbe auf. Es klammert gleichsam die variantenreiche Verbindungsproblematik gezielt aus. *Äußere* und *innere Deckfläche* bilden den axialen Abschluss des Modellknotens und definieren damit seine Höhe.

Bild 4.27 zeigt in Form einer Schnittdarstellung den Anschluss eines geeigneten Stabes an dem hier schnittbedingt rechteckigen Knoten. Sie kennzeichnet die wichtigsten Kanten, Achsen, Dimensionen und Orte.

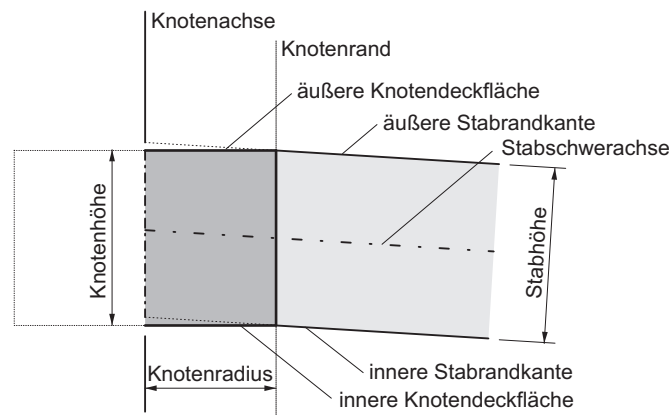


Bild 4.27: Schnittmodell des Stab-Knoten-Kontaktbereichs

### Einfluss des Neigungswinkels

Der Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  kennzeichnet das Verhältnis zwischen Knotenachse und Netzkante. Infolge der individuellen Flächennetzgeometrie weisen alle Kanten an einem Knoten individuelle Winkeldimensionen auf (vgl. 2.5.3).

Bild 4.28 zeigt links den orthogonalen Anschluss eines 120 mm hohen Stabes an einem Knotenelement mit einem Radius von 90 mm. Diese Situation dient als Basis der Bewertung des Einflusses des Neigungswinkels auf die Knotenhöhe. Die beiden anderen Grafiken zeigen beispielhaft weitere Konstellationen mit variablen Dimensionen des Neigungswinkels, bei unveränderlicher Höhe der Stäbe, 'neigungsgerecht' geschnittenen Stabenden und Ausrichtung der Stablängsachsen nach Ansatz  $\langle L1 \rangle$  (vgl. 4.2.4).

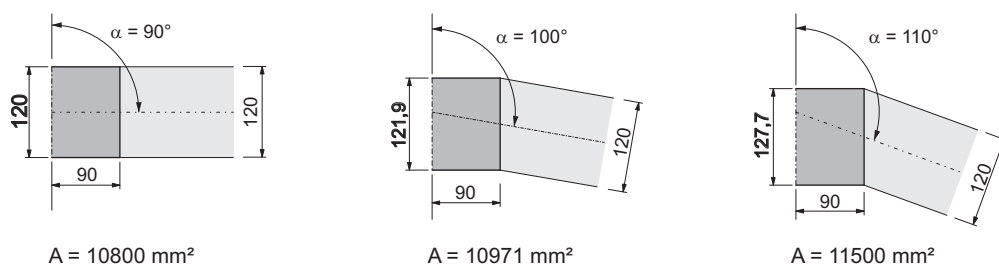


Bild 4.28: Neigungswinkel und Knotenhöhe bzw. Querschnittsfläche

Die variablen Neigungswinkel haben unterschiedliche Schnittpunkte zwischen den *Stabrandkanten* und dem *Knotenrand* und dementsprechend abweichende Knotenhöhen zur Folge. Letztere sind bei konstantem Knotenradius ursächlich verantwortlich für die unterschiedlichen Flächendimensionen der 'Halbknoten', welche unter den Grafiken notiert sind. Ein Vergleich der Maßzahlen zeigt, dass der Einfluß des Neigungswinkels auf die Knotenhöhe im dargestellten, sich an praktischen Dimensionen orientierenden Bereich vergleichsweise gering ist (max. + 6 %).

### Einfluss der Streuung der Neigungswinkel

Drei Situationen mit übereinander 'projiziertem' Anschluss zweier unterschiedlich geneigter Stäbe mit gehrungsförmigen Enden zeigt Bild 4.29. Diese Konstellation symbolisiert den Standardfall in Freiformstabnetzen, bei dem alle Neigungswinkel der angeschlossenen Kanten abweichende Dimensionen aufweisen.

Die unterschiedlichen Schnittpunkte der Stabrandkanten mit dem Knotenrand offenbaren variable *Anschlusshöhen* der Stäbe am Knotenkern. Je deutlicher die Neigungswinkel

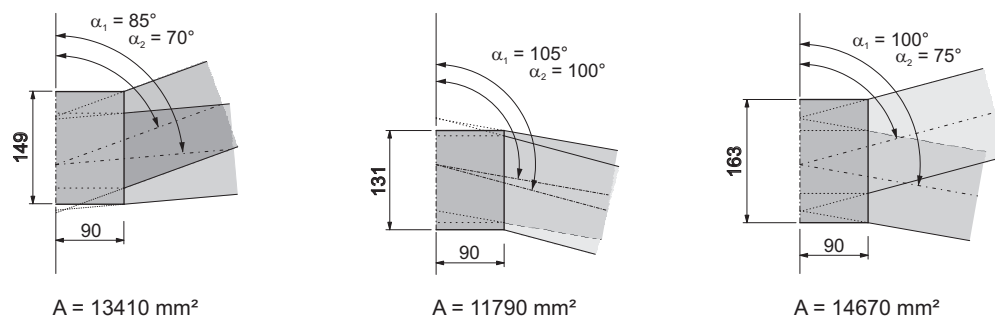


Bild 4.29: Streuung der Neigungswinkel und Knotenhöhe bzw. Querschnittsfläche

voneinander abweichen bzw. streuen, je größer sind die entsprechenden 'Höhendifferenzen' bzw. ist die erforderliche Knotenhöhe.

#### 4.4.3 Knotenradius

Die in Abschnitt 4.1.4 vorgestellten Knotenlösungen zeigen neben dem Zusammenhang zwischen Stab- und Knotenhöhe auch die maßgebliche Abhängigkeit des Knotenquerschnitts von seiner Bauform und von der Breite der angeschlossenen Stäbe. Zur objektiven Analyse dieses Zusammenhangs und zur Abschätzung des Einflusses der anderen konstruktiven sowie geometrischen Randbedingungen auf die Dimensionen des Knotenquerschnitts dient wiederum das unter 4.4.2 vorgestellte *Zylinderknotenmodell*.

Am Modell markiert der *Knotenradius* den zweiten geometrischen Basisparameter. Seine Dimension markiert die individuell notwendige Größe des *Knotenquerschnitts*. Diese zeichnet im Umkehrschluss dafür verantwortlich, dass die form- und vernetzungsabhängig individuell ausgerichteten Stäbe problemlos am Knoten angeschlossen werden können.

#### Einfluss der Sektorwinkel

Die Sektorwinkel  $\beta_{n,m-m}$  kennzeichnen die Beziehung benachbarter, in die Knotennormalebene projizierter Netzkanten (vgl. 2.5.3). Sie sind damit maßgeblich von der Anzahl der am Knoten angeschlossenen Stäbe abhängig. Bild 4.30 zeigt den entsprechenden Zusammenhang am Beispiel von drei, vier bzw. sechs regelmäßig ausgerichteten Stäben.

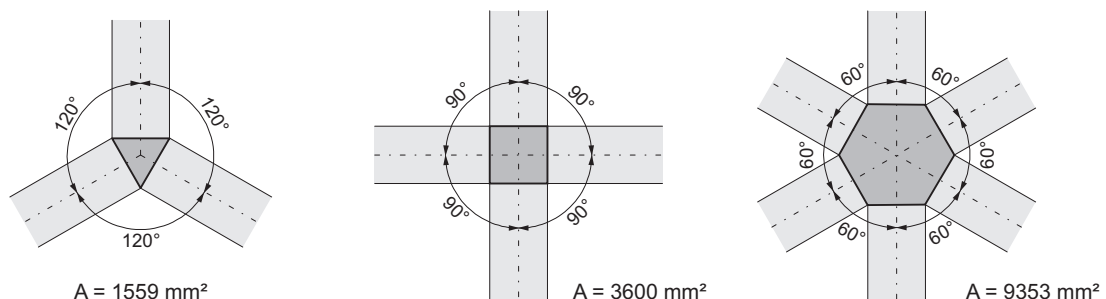
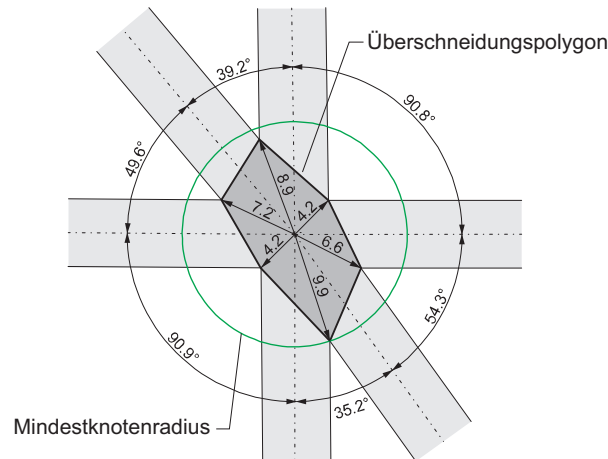


Bild 4.30: Sektorwinkel, Stabanzahl und Querschnittsfläche

Die orthogonalen Stabenden markieren formal wie dimensional unterschiedliche *Überschneidungspolygone*. Deren Umkreise beschreiben den Radius des Modellknotens. Es sind signifikante Veränderungen der Querschnittsdimensionen feststellbar. Diese belegen den maßgeblichen Einfluss der Anzahl der angeschlossenen Stäbe auf die Größe des Knotens.

### Einfluss der Streuung der Sektorwinkel

Bild 4.31 zeigt den Anschluss von sechs individuell ausgerichteten Stäben am Knoten in knotenbezogener Draufsicht. Diese Situation entspricht dem Standardfall dreieckmaschiger Freiformstabnetze. Sie manifestiert sich in deutlich unterschiedlichen Sektorwinkeln.



**Bild 4.31:** Überschneidungspolygon und Mindestknotenradius

Die Schnittpunkte der Randkanten der benachbarten Stäbe markieren dabei ein unregelmäßiges *Überschnidungspolygon*. Dessen Eckpunkte sind durch einen individuellen radialen Abstand zum Knotenpunkt gekennzeichnet. Der zugehörige Maximalwert ist im Bereich des kleinsten Sektorwinkels angesiedelt. Er markiert im Kontext des Zylindermodells den *Mindestknotenradius*.

### 4.4.4 Deckfläche und Verglasung

Die Glaselemente liegen auf den Außenseiten der Stäbe auf und überdecken dabei im Bereich ihrer Ecken einen Teil des bzw. der Knoten. Zur Vermeidung einer Störung der linearen Lagerung im Anschlussbereich der Stäbe ist es daher gemäß Anforderung 2.2 erforderlich, dass die Knoten nicht über die Außenseiten des Profils 'hinausragen' (vgl. 4.4.1).

Zur Erfüllung dieser Forderung bieten sich prinzipiell zwei Möglichkeiten. Entweder die äußere Knotendeckfläche wird räumlich ausgeformt bzw. bearbeitet oder sie wird in ebener Form 'verglasungsgerecht' justiert. Die nachfolgenden Analysen beziehen sich auf die letztere Variante, da diese eine einfachere Knotengeometrie abbildet und einen geringeren Herstellungsaufwand verspricht.

### Einfluss der Neigungswinkeldimensionen

Auf der Basis des bekannten Schnittmodells des Stab-Knoten-Kontaktbereichs zeigt Bild 4.32 den Anschluss einzelner Stäbe mit variablem Neigungswinkel am zylindrischen Knotenelement mit ebenen Deckflächen. Die Stabelemente haben eine konstante Höhe und ein 'neigungsgerecht' geschnittenes Stabende. Ihre Stablängsachsen sind nach dem Ansatz (L1) ausgerichtet (vgl. 4.2.4).

Sofern alle angeschlossenen Stäbe mit einem gleichen Neigungswinkel von mehr als  $90^\circ$  am Knoten anschließen, besteht die Möglichkeit, die Lage der ebenen äußeren Deckfläche so zu definieren, dass die zwängungsfreie Glaslagerung im Anschluss- bzw. Knotenbereich



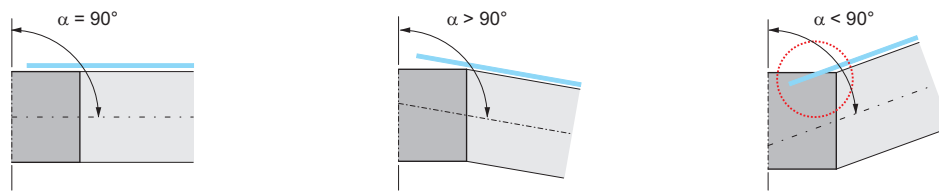


Bild 4.32: Verglasbarkeit bei ebener Deckfläche und Einstabanschluss

durch eine Auskrugung realisiert werden kann. Dieser Ansatz ist technisch praktikabel und gleichzeitig richtlinienkonform (vgl. TRLV, 2006).

Bei Neigungswinkeln kleiner  $90^\circ$  wird deutlich, dass die ebene äußere Knotendeckfläche bei vollständigem Stab-Knoten-Kontakt in die verlängerte Linie der Stabaußenseite 'hineinknickt'. Dieser geometrische Zusammenhang stellt die lineare Glasauflagerung im Anschlussbereich in Frage. Er verletzt das Gebot der zwängungsfreien Lagerung und ist daher nur bei minimal von der Ebene abweichenden Stabneigungen unter Ausnutzung der Elastizität der Auflageprofile tolerabel. Anderenfalls muss entweder die äußere Deckfläche räumlich geformt werden oder ein teilflächiger Stab-Knoten-Kontakt tragqualitativ akzeptabel sein.

### Einfluss der Streuung der Neigungswinkel

In einem ebenfalls zweidimensionalen Modell zeigt Bild 4.33 den übereinander 'projizierten' Anschluss zweier unterschiedlich geneigter Stäbe mit gehrungsförmigen Enden. Diese Situation symbolisiert den Standardfall frei geformter Stabnetze, bei dem alle Neigungswinkel der angeschlossenen Stabelemente abweichende Dimensionen aufweisen.



Bild 4.33: Verglasbarkeit bei ebener Deckfläche und Zwei- bzw. Mehrstabanschluss

Die Darstellung offenbart, dass es beim Anschluss mehrerer individuell ausgerichteter Stäbe am Knoten nicht möglich ist, die Position einer ebenen äußeren Knotendeckfläche so zu definieren, dass alle Stäbe mit voller Querschnittshöhe am Knoten anschließen und gleichzeitig die Verglasungsanforderungen gewährleistet sind. Dies gilt im Unterschied zum Einzelstabanschluss (vgl. Bild 4.32) unabhängig von den Dimensionen der Neigungswinkel.

Deckflächig ebene Knotenelemente können daher im Regelfall nur dann angewendet werden, wenn die Streuung der Neigungswinkel möglichst gering und der teilflächige Kontakt einiger Stäbe mechanisch akzeptabel ist. Ansonsten ist eine individuelle Ausformung der äußeren Deckfläche unumgänglich.

## 5 Zylinder-Achsen-Modell

Ein primäres gestalterisches und wirtschaftliches Ziel des konstruktiven Stabnetzentwurfs ist die Verwendung kompakter Knotenelemente. Deren Basisdimensionen sind primär von den Abmessungen der angeschlossenen Stäbe sowie von der lokalen Geometrie am Knoten abhängig (vgl. 4.4). Letztere manifestiert sich in den sog. Polaren Winkeln (vgl. 2.5.3).

Die knotenbezogene Lokalgeometrie basiert auf der Struktur des konstruktiven Flächennetzes. Dieses beinhaltet neben den Knotenpunkten und Kanten die Knoten- und die Kantennormalen als ergänzende Elemente. Letztere verdichten die lokale geometrische Information und dienen als Referenzachsen zur konsistenten Bestimmung der individuellen Einbaulagen von Knotenelementen und Stäben (vgl. 2.5).

Die rechnerische Bestimmung der Ausrichtung von Knotenachsen und Kantennormalen basiert maßgeblich auf der Definition mathematischer Berechnungsalgorithmen (vgl. 2.5.1 bzw. 2.5.2). Diese nehmen im vorliegenden Kontext eine Ausnahmestellung ein. Ihre Besonderheit besteht in ihrer gänzlichen Unabhängigkeit von den zahlreichen sonstigen mechanischen und konstruktiven Anforderungen des konstruktiven Stabnetzentwurfs!

Nachfolgend wird das Zylinderknotenmodell (vgl. 4.4.2) zum *Zylinder-Achsen-Modell* weiterentwickelt. Dieses ermöglicht eine individuelle, räumliche Analyse der konstruktiv-geometrischen Situation am Knoten in Abhängigkeit der Ausrichtung der Referenzachsen und der Stabnetzelemente relativ zu diesen. Die Ergebnisse kennzeichnen das Potenzial unterschiedlicher Varianten zur Positionierung von Stäben und Knoten in Bezug auf die lokalen konstruktiv-geometrischen Eigenschaften. Das Zylinder-Achsen-Modell ist damit ein Schlüssel zur *konstruktiven Optimierung* von Freiformstabnetzen.

### 5.1 Konzeption

Die grundlegende Herausforderung des konstruktiven Entwurfs von Stabnetzen auf Freiformflächen ist die Bewältigung der Dimensionalitätsdifferenz zwischen dem dreidimensionalen Flächennetz aus nulldimensionalen Knoten und eindimensionalen Kanten sowie dem dreidimensionalen Stabnetz aus dreidimensionalen Knotenelementen und Stäben unter Berücksichtigung verglasungsbezogener und mechanischer Randbedingungen.

Die Definition eines formal universalen, dimensional adaptiven Stabquerschnitts ist eine entwerferisch-konzeptionelle Grundsatzentscheidung im Stabnetzentwurf. Sie ist primär von tragqualitativen sowie verglasungsspezifischen Aspekten abhängig (vgl. 4.2). Durch eine statische Vordimensionierung lassen sich auf der Basis der Flächennetzgeometrie, des Stabquerschnitts und der lokalen äußeren Einwirkungen ohne Kenntnis der konstruktiven Gestaltung des Knotenelements beanspruchungsabhängige Stabdimensionen als Entwurfseingangsgroößen bestimmen.

Das Zylinder-Achsen-Modell zielt auf die Abbildung der räumlichen Lagebeziehungen zwischen dem Knotenelement und den an ihm angeschlossenen Stäben, inklusive deren Querschnitt und Dimensionen. Es soll objektive Aussagen zu den erforderlichen Knotendimensionen sowie zu den verglasungstechnischen und mechanischen Eigenschaften der Stabnetzkonstruktion ermöglichen. Im Wesentlichen basiert es daher auf drei Säulen.

### Konstruktives Flächennetz

Die räumlich orientierten, eindimensionalen *Kanten* sowie nulldimensionalen *Knotenpunkte* geometrischer Flächennetze sind Basiselemente des Modells. Sie beschreiben die Form der variabel gekrümmten Fläche (vgl. 2.4) und die Grundstruktur des Freiformstabnetzes. *Knotenachse* und *Kantennormale* dienen der Positionierung der Stabwerkselemente relativ zum geometrischen Flächennetz. Sie bilden als Referenzachsen variable Größen von besonderer Bedeutung und komplettieren die erste Säule des Modells.

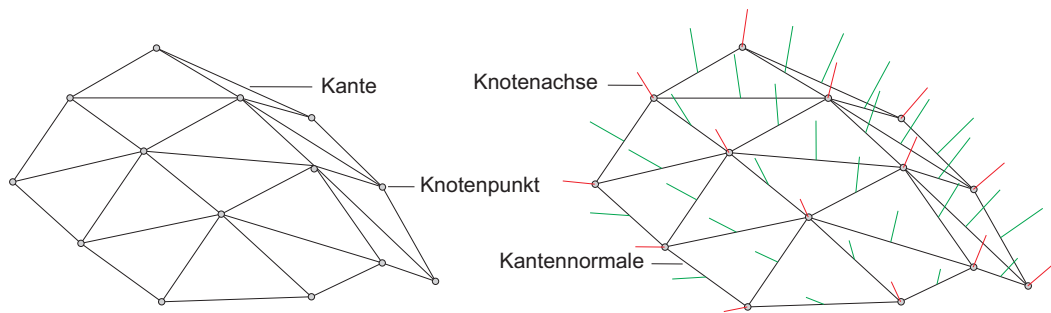


Bild 5.1: Flächennetz mit modellrelevanten Elementen

### Stabachsen

Die Stäbe sind dreidimensionale Elemente mit gerader Längsachse. Ihre Geometrie lässt sich grundlegend anhand des Querschnitts und der Länge charakterisieren. Insbesondere aufgrund der verglasungsspezifischen Anforderungen ist ihr Profil prismatisch (vgl. 4.2.1).

Die im vorliegenden Kontext wesentlichen Parameter der Stäbe werden im Modell über einen Satz von Stablängsachsen abgebildet. Dieser beinhaltet: die *Schwerachse* in Stablängsrichtung, die *Randkanten* der Stabaußenseiten sowie die *Mittelachsen* auf der Stabaußen- und -innenseite.

Der Stablängsachsensatz definiert die zweite wichtige Säule des Modells. Er ermöglicht sowohl die Beschreibung beliebig geformter, polygonal berandeter Stabquerschnitte als auch die Kennzeichnung individueller Stabausrichtungen bezüglich des Flächennetzes.

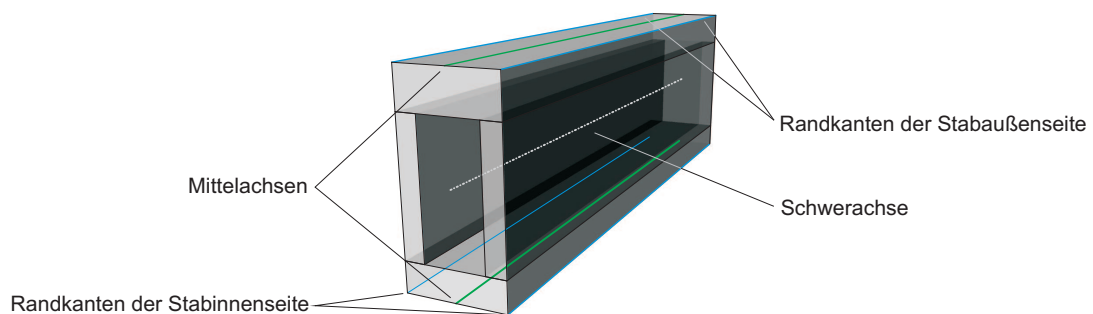


Bild 5.2: Stab mit modellrelevanten Achsen

### Zylinderknoten

Die Knotenelemente sind im Allgemeinen komplex geformte, dreidimensionale Bauteile. In der Praxis existieren zahlreiche konstruktive Lösungen, die äußerlich deutlich voneinander abweichen. Ihre Form wird primär von der Verbindungstechnologie und der Gestaltung des Kontaktbereichs zwischen Stabende und Knoten geprägt (vgl. 4.1.4).

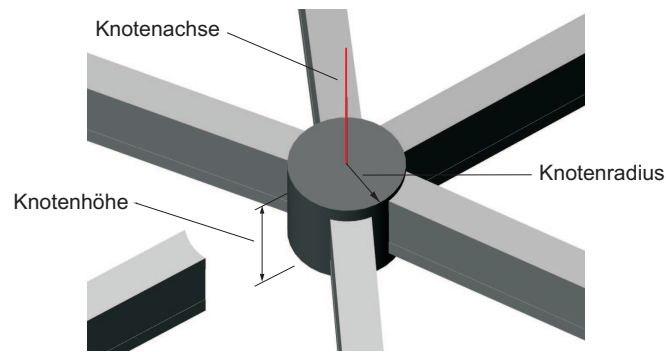


Bild 5.3: Zylinderknoten mit modellrelevanten Parametern

Die im hiesigen Kontext wichtigsten Eigenschaften der Knoten werden auf der Basis eines Kreiszylinders abstrahiert. Dessen *Höhe* und *Radius* beschreibt die Knotendimensionen. Seine Rotationsachse korrespondiert mit der *Knotenachse* des Konstruktiven Flächennetzes und stellt so den Zusammenhang zur unikaten Positionierung der Knotenelemente her. Die Zylindermodellierung definiert die dritte elementare Säule des Zylinder-Achsen-Modells. Sie akzentuiert die Stabquerschnitts- und -dimensionsabhängigkeit der Knotenabmessungen und vernachlässigt die knotenformbestimmende Verbindungsproblematik. Ihre Grundlagen wurden bereits umfassender unter 4.4.2 beschrieben.

## 5.2 Status der unabhängigen Entwurfsparameter

Knotenachse, Stablängsschwer- und -querachse bilden die Hauptachsen der Stabnetzelemente. Ihre individuellen Positionen relativ zum geometrischen Flächennetz bilden unabhängige Parameter in dem von einer Vielzahl geometrischer, konstruktiver und mechanischer Randbedingungen gekennzeichneten Stabnetzentwurfsprozess. In Summe beschreiben sie den unabhängigen Spielraum zur gezielten Beeinflussung der lokalen konstruktiven Geometrie im Knotenbereich.

Bis dato sind verschiedene Lösungsansätze bzw. Generierungsvorschriften zur Positionierung der Stabnetzelemente bekannt (vgl. 2.5.1, 2.5.2 bzw. 4.2.4). Diese sind nachfolgend übersichtlich aufgelistet und mit Kurzzeichen markiert. Einzeln und in Kombination beeinflussen sie die konstruktive Lokalgeometrie am Knoten.

### Ausrichtung der Knotenachse

- $\langle K1 \rangle$  Summe der Kanten
- $\langle K2 \rangle$  Summe der Normalen

### Ausrichtung der Stablängsachse

- $\langle L1 \rangle$  Stablängsschwerachse
- $\langle L2 \rangle$  Außenseitenmittelachse

### Ausrichtung einer Stabquerachse

- $\langle Q1 \rangle$  Winkelhalbierende

### 5.3 Konstruktiv-geometrische Indikatoren

Die konstruktive Optimierung des Stabnetzes bedarf objektiver Parameter zum vergleichenden Bewerten der alternativen Lösungen. In diesem Kontext werden nachfolgend vier konstruktiv-geometrische Indikatoren definiert. Diese dienen zur Beschreibung der unikativen Knotendimensionen, der knoten- und der maschenbezogenen Verglasbarkeit sowie der lokalen Tragqualität am Knoten.

Die Indikatoren basieren auf geometrischen Informationen des individuell strukturierten Geometrischen Flächennetzes. Sie berücksichtigen modellgemäß die Dimensionen der Stabnetzelemente und repräsentieren die *Optimierungskriterien*. Als *Optimierungsparameter* fungieren die Ausrichtungen der Referenzachsen sowie die Positionierung der Knoten und Stäbe relativ zu ihnen.

#### 5.3.1 Schnittpunktradius

Gemäß Anforderung 4.2 müssen die Knoten durch ihre Dimensionen den kollisionsfreien Anschluss der Stäbe ermöglichen (vgl. 4.4.1). Wie in Abschnitt 4.4.3 aufgezeigt, ist der individuelle Knotenradius bei konstanter Stabbreite maßgeblich von der Anzahl der angeschlossenen Stäbe und der Streuung der Sektorwinkel abhängig.

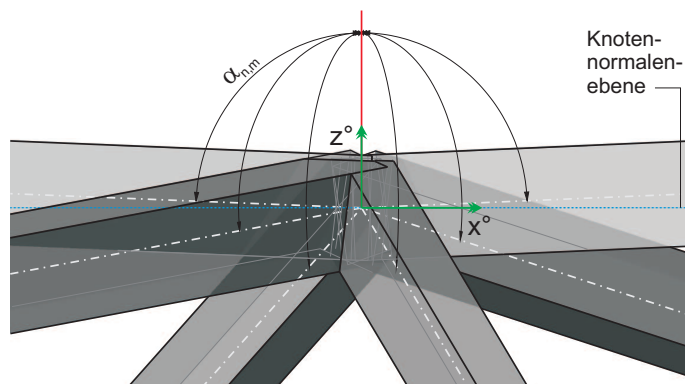
##### Ansatz

Zur Bestimmung des geometrisch erforderlichen *Mindestknotenradius*  $r_n$  werden die Halbmesser der Schnittpunkte benachbarter, in die Knotennormalenebene projizierter Stabrandkanten ermittelt.

##### Randbedingungen

Die individuelle, auf lokalen Geometrieparametern basierende Ausrichtung der Knotenachse definiert die Lage der Rotationsachse des Kreiszylinder-Modellknotens. Auf ihr liegt der Knotenpunkt. Diesen berührt auch die Knotennormalenebene, welche orthogonal zur Knotenachse und somit tangential zur Freiformfläche ausgerichtet ist.

Die am Knoten mündenden Stäbe orientieren sich mit ihrer Ausrichtung prinzipiell an den hier endenden Netzkanten. Die Neigung ihrer Randkanten zur Knotennormalenebene korrespondiert mit dem stabindividuellen Kantenneigungswinkel  $\alpha_{n,m}$ . Sie ist über einen parallelen Versatz an diesen gekoppelt (vgl. Bild 5.4).



**Bild 5.4:** Neigung und Achsenparallelität der Stabrandkanten

Die Stabrandkanten beschreiben als Teil des Zylinder-Achsen-Modells den polygonalen Stabquerschnitt. Im geometrischen Sinne repräsentieren sie räumlich orientierte Geraden,

welche im Regelfall aufgrund der individuell-räumlichen Ausrichtung der Stäbe keinen gemeinsamen Schnittpunkt haben, aber parallel zur Netzkante verlaufen. Der Versatz zwischen den Randkanten der Stäbe und der zugeordneten Flächennetzkante ist ein von den Querschnittsdimensionen der Stäbe (vgl. 4.2) und der Ausrichtung der Stäbe relativ zur Kante abhängiger Parameter (vgl. 5.2).

### Vorgehensweise

Die Projektion der Stabrandkanten in die  $x^\circ$ - $y^\circ$ -Ebene des Knotenkoordinatensystems  $VCS$  überführt das räumliche Problem in den flächigen Kontext. Im Ergebnis entstehen zwei Sätze sich schneidender Geraden (vgl. Bild 5.5). Diese beinhalten die projizierten Stabrandkanten zum einen auf der Außen- und zum anderen auf der Innenseite der Stäbe. Beide müssen getrennt analysiert werden.

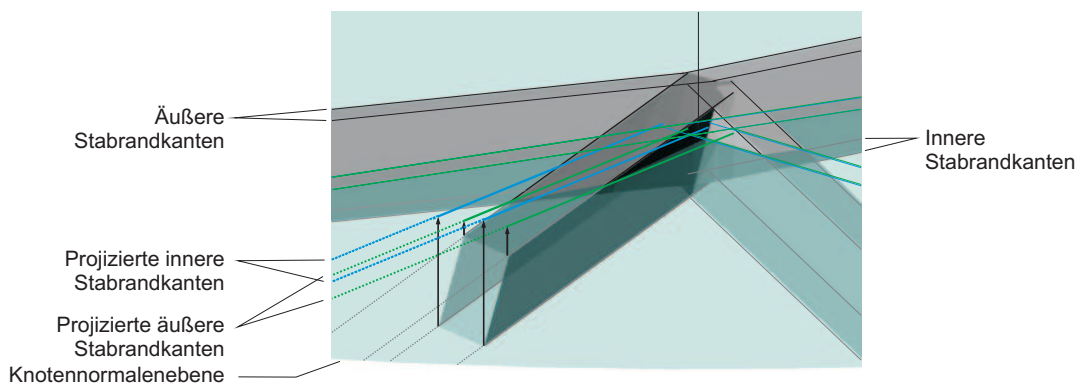


Bild 5.5: Projektion der Stabrandkanten

Aus den sich zwangsläufig ergebenden mannigfachen Randkantenschnittpunkten  $P_i(x_i, y_i)$  müssen jene extrahiert werden, die benachbarte Randkanten gemeinsam haben. Zur mathematischen Bestimmung der Koordinaten dienen Methoden der analytischen Geometrie der Ebene. Benachbarte Stabrandkanten werden dazu auf der Basis der Koordinaten ihrer Anfangs- und Endpunkte als Vektoren modelliert. Die Lösung des zugehörigen Gleichungssystems liefert das gesuchte Ergebnis.

Die Anzahl der zu ermittelnden Schnittpunkte bzw. Radien ist doppelt so groß wie die Menge der angeschlossenen Stabelemente. Dieser Status resultiert aus der getrennten Betrachtung der inneren und äußeren Stabrandkanten (vgl. Bild 5.6).

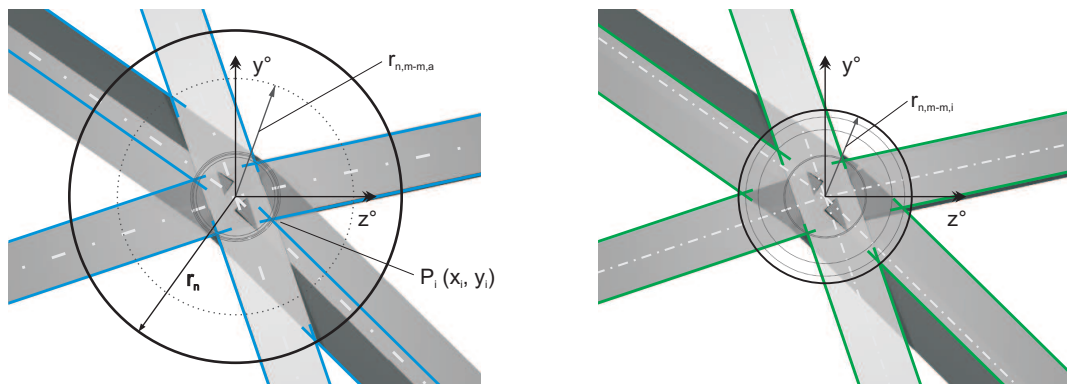


Bild 5.6: Schnittpunktradien der äußeren sowie inneren Randkanten

Alle Schnittpunkte  $P_i(x_i, y_i)$  weisen individuelle Entfernungen  $r_{n,m-m,a}$  bzw.  $r_{n,m-m,i}$  zum Ursprung des Koordinatensystems  $VCS$  auf. Diese kennzeichnen die variablen Schnitt-

punktradien. Deren Maximalwert wiederum definiert den erforderlichen Mindestknotenradius  $r_n$  eines einteiligen zylindrischen Knotenelements.

Die Lage des Maximalwertes der Schnittpunktradien im Datensatz der äußeren oder inneren Schnittpunktradien ermöglicht bedingt Rückschlüsse bzgl. der Art der Krümmung am Knoten. So indiziert bei gleichsinniger Wölbung ein Maximalwert im 'inneren' Datensatz eine konvexe bzw. ein Maximum im 'äußeren' Datensatz eine konkave Krümmung.

### 5.3.2 Mittelachsenversatz

Die Verbindungen zwischen Knoten und Stäben müssen gemäß Anforderung 1.2 biegesteif wirksam sein (vgl. 4.3.1). Entscheidende Voraussetzung dafür ist eine individuelle, den vollflächigen Anschluss der Stäbe ermöglichende *Mindestknotenhöhe*. Wie in Abschnitt 4.4.2 dargestellt, ist diese durch die Lage der Deckflächen definiert und maßgeblich von den Dimensionen der angeschlossenen Stäbe sowie der Streuung der Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  abhängig. Die Position der äußeren Deckfläche beeinflusst darüber hinaus maßgeblich die knotenbezogenen Verglasungseigenschaften (vgl. 4.4.4).

#### Ansatz

Zur Definition der Lage der äußeren sowie der inneren Knotendeckfläche werden stabindividuell die knotenachsenparallelen Versätze zwischen den Mittelachsen der Stäbe und der Knotenpunktebene im Bereich der Zylinderknotenmantelfläche ermittelt.

#### Randbedingungen

Die ebenen, kreisförmigen Zylinderknotendeckflächen sind normal zur Knotenachse ausgerichtet. Ihre Mittelpunkte liegen dementsprechend auf dieser grundsätzlichen lokalen Bezugslinie. Gleichsam bildet der Knotenpunkt des Flächennetzes einen festen, knotenspezifischen Bezugspunkt.

Die Stäbe werden modellgemäß anhand ihrer Mittelachsen abstrahiert. Auf der Stabaußenseite definiert diese eine neutrale Achse zwischen den zwei Auflagerlinien der Verglasung bzw. zwischen den Stabrandkanten. Die Modellierung beinhaltet damit die Höhe des Stabprofils sowie seine relativ zur Knotenachse verdrehte Einbaulage.

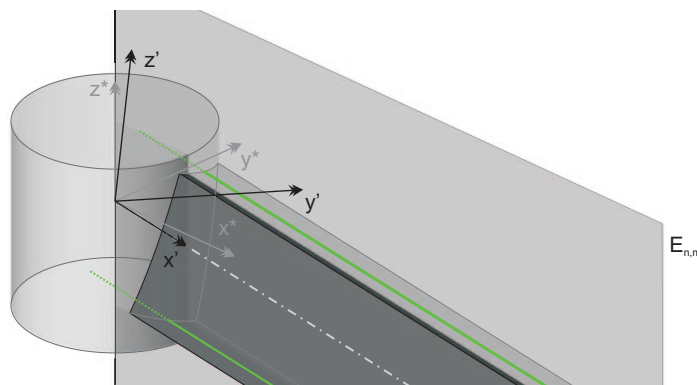


Bild 5.7: Versatz der Mittelachsen bzgl. der Netzkante

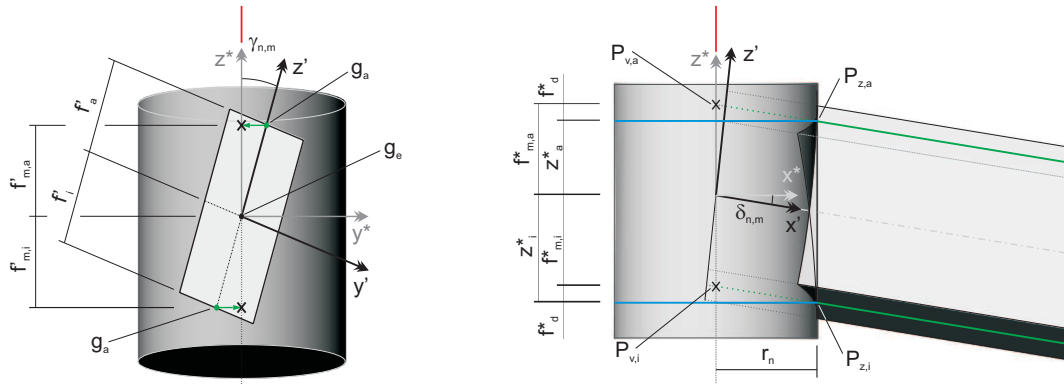
Bezüglich der Längsachsenausrichtung der Stäbe sind bisher grundsätzlich zwei Lösungen bekannt (vgl. 5.2). Bei beiden weisen die Innenseitenmittelachsen einen Versatz zur Flächennetzkante auf, während die Außenseitenmittelachsen nur bei Ausrichtung nach Ansatz (L1) versetzt zu dieser ausgerichtet sind.



Die Knotenachse und (jede) angeschlossene Flächennetzkante schneiden sich im Knotenpunkt. Sie beschreiben individuelle Ebenen  $E_{n,m}$  im Raum. Die Mittelachsen der Stäbe sind bei über die Länge konstantem Querschnitt parallel zu diesen ausgerichtet und schneiden die Knotenachse nicht. Ihre Ausrichtung korrespondiert mit dem Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  und dem Rotationswinkel  $\gamma_{n,m}$  (vgl. Bild 5.7).

### Vorgehensweise

Bild 5.8 stellt im linken Bild die konstruktiv-geometrische Situation im Querschnitt eines rechteckigen, nach Ansatz <L1> ausgerichteten Stabes am Knoten dar. Der Versätze  $f'_{m,a}$  bzw.  $f'_{m,i}$  zwischen den Mittelachsen  $g_a$  bzw.  $g_i$  und der Netzkante  $g_e$  entsprechen im Kantenkoordinatensystem  $ECS'$  der halben Querschnittshöhe  $h$ . Durch die Projektion der Mittelachsen in die Knotenachsen-Netzkanten-Ebene ( $x^*-z^*$ -Ebene) kann das räumliche Problem in den flächigen Kontext überführt werden. Nach Gleichung (5.1) errechnen sich die auf die Projektionsebene bezogenen Versätze  $f^*_{m,a}$  und  $f^*_{m,i}$ .



**Bild 5.8:** Querschnitt und Längsschnitt im Stab-Knoten-Kontaktbereich

In der  $x^*-z^*$ -Ebene dokumentiert sich der Radius  $r_n$  des Zylinderknotens in Form einer zur Knotenachse parallelen Schnittgeraden seiner Mantelfläche. Die Netzkante ist um den Betrag von  $\alpha_{n,m}$  zur  $z^*$ -Achse bzw. Knotenachse geneigt. Die projizierten Mittelachsen schneiden die Knotenachse in den Punkten  $P_{v,a}$  bzw.  $P_{v,i}$ . Die Koordinaten  $z_a^*$  bzw.  $z_i^*$  der Schnittpunkte  $P_{Z,a}$  bzw.  $P_{Z,i}$  mit der Mantelflächenschnittlinie ermitteln sich nach den Gleichungen (5.2) bis (5.5). Sie kennzeichnen die knotenachsparellen Versätze der Mittelachsen zur Knotenebene  $E_v$  (vgl. Bild 5.8).

$$f'_{m,a} = \cos \gamma_{n,m} * f'_a \quad f'_{m,i} = \cos \gamma_{n,m} * f'_i \quad (5.1)$$

$$f^*_{m,a} = f'_{m,a} / \cos \delta_{n,m} \quad f^*_{m,i} = f'_{m,i} / \cos \delta_{n,m} \quad (5.2)$$

$$f_d^* = r_n * \tan \delta_{n,m} \quad (5.3)$$

$$z_a^* = f^*_{m,a} - f_d^* \quad z_i^* = f^*_{m,i} + f_d^* \quad (5.4)$$

$$z_a^* = \frac{\cos \gamma_{n,m} * f'_a}{\cos \delta_{n,m}} - r_n * \tan \delta_{n,m} \quad z_i^* = \frac{\cos \gamma_{n,m} * f'_i}{\cos \delta_{n,m}} + r_n * \tan \delta_{n,m} \quad (5.5)$$



Im Ergebnis der Berechnung lassen sich kanten- bzw. stabbezogene Versätze der Außen- sowie der Innenseitenmittelachsen zur Knotenebene in der über den Zylinderknotenradius definierten Entfernung zur Knotenachse ermitteln. Deren Anzahl ist doppelt so groß wie die Menge der angeschlossenen Stabelemente. Dieser Status resultiert aus der getrennten Betrachtung der inneren und äußeren Mittelachsen.

Alle Versätze weisen individuelle Dimensionen auf. Die Extremwerte kennzeichnen die Lage der Knotendeckflächen derart, dass alle Stäbe mit voller Höhe am Knoten angeschlossen werden können. Ein solcher Knoten bildet die Voraussetzung für die Realisierung einer möglichst großen Steifigkeit.

Die Summe der maximalen äußeren und inneren Mittelachsenversätze definiert in diesem Kontext die Mindestknotenhöhe. In Verbindung mit dem der Berechnung zugrunde liegenden Radius des Knotens lassen sich dessen Volumen und Schwerpunkt als geometrische sowie mechanische Vergleichsparameter ermitteln.

Die Streuung der äußeren Mittelachsenversätze kann als Indikator in Bezug auf die Verwendbarkeit von Knoten mit ebenen Deckflächen interpretiert werden. Sie wird dementsprechend nachfolgend als *Ebenheitsmaß*  $e_n$  bezeichnet. Je größer ihre Dimensionen, je 'ungünstiger' die Geometrie bzw. je wahrscheinlicher die Notwendigkeit der räumlichen Bearbeitung der Deckfläche zur Gewährleistung der Verglasungsanforderungen.

### 5.3.3 Schwerachsenversatz

Die Stäbe sollten gemäß Anforderung 1.4 relativ zur Netzkante so ausgerichtet werden, dass keine oder möglichst geringe exzentritätsbedingte Zusatzbeanspruchungen im Stabnetz auftreten (vgl. 4.2.1). Letzteres ist insbesondere dann der Fall, wenn die Längsschwerachse eines Stabes ungleich der Systemachse bzw. im vorliegenden Kontext der Netzkante ist. Die zusätzlichen Beanspruchungen äußern sich in Form von Biegemomenten. Sie beeinflussen die lokale Tragqualität am Knoten und das globale Tragverhalten der Struktur.

#### Ansatz

Die Dimensionen der gesuchten Exzentritäten in Bezug auf den Schwerpunkt des Knotenelements werden mittels einer koordinatentransformationsähnlichen, doppelten Rotation des Stabschwerpunktes im knotenbezogenen Stabendquerschnitt ermittelt.

#### Randbedingungen

Die Rotationsachse des modellgemäß kreiszylindrischen Knotenelements ist gleich der Knotenachse. Die Positionen der Deckflächen definieren seine Höhe und ermöglichen die Bestimmung seines Schwerpunkts (vgl. 5.3.2). Letzterer liegt auf der Knotenachse und weist in der Regel einen einachsigen Versatz zum Knotenpunkt auf.

Die Stäbe werden im vorliegenden Zusammenhang modellgemäß anhand ihrer Längsschwerachse beschrieben. Diese definiert die primäre mechanische Bezugsachse und ist bei über die Länge konstantem Stabquerschnitt parallel zur Netzkante. Die Lage des Stabquerschnitts relativ zur Knotenachse lässt sich anhand des Neigungswinkels  $\alpha_{m,n}$  und des Stabrotationswinkels  $\gamma_{m,n}$  beschreiben.

Wie bereits mehrfach dargestellt, sind bzgl. der Ausrichtung der Stäbe längs zur Flächen-netzkante bisher zwei Herangehensweisen bekannt (vgl. 5.2). Während Ansatz <L1> einen maximal einachsigen Versatz zwischen der Stablängsschwerachse und dem Knotenschwerpunkt zur Folge hat, zieht Variante <L2> im Normalfall einen zweiachsigen Versatz nach sich (vgl. Bild 4.15).

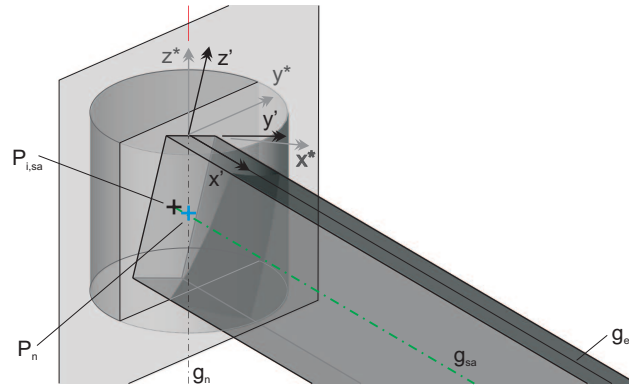


Bild 5.9: Schnittebene

### Vorgehensweise

Auf der Grundlage des gemeinsamen Schnittpunkts von Knotenachse  $g_n$  und Netzachse  $g_e$  lässt sich ein Hilfskoordinatensystem  $ACS^*$  markieren. In diesem definiert die Knotenachse die Lage der  $z^*$ -Achse und gibt die Netzachse die Richtung der  $x^*$ -Achse vor. Bild 5.9 zeigt beispielhaft die geometrische Situation am Knotenpunkt. Der Stab mit rechteckigem Querschnitt ist nach Ansatz  $\langle L2 \rangle$  ausgerichtet.

Bild 5.10 zeigt die Situation am Knoten in einem Schnitt orthogonal zur Stab Längsschwerachse  $g_{sa}$ . Diese ist um den Betrag  $f'_{sa}$ , welcher der halben Querschnittshöhe entspricht, zur Netzachse versetzt. Auf der Knotenachse liegt der Schwerpunkt  $P_n$  des Knotenelements, welcher einen Versatz  $f_{g-v}$  zum Knotenpunkt  $P_v$  aufweist. Der Stabrotationswinkel  $\gamma_{m,n}$  beschreibt die Verdrehung des Stabes relativ zur Knotenachse.

Die Exzentrizitäten  $y_{sa}$  und  $z_{sa}$  kennzeichnen die gesuchten Parameter. Sie beschreiben das Verhältnis von Knotenschwerpunkt  $P_n$  und Schnittpunkt  $P_{i,sa}$  der Stabschwerachse mit der  $y^*-z^*$ -Ebene des Hilfskoordinatensystems  $ACS^*$ .

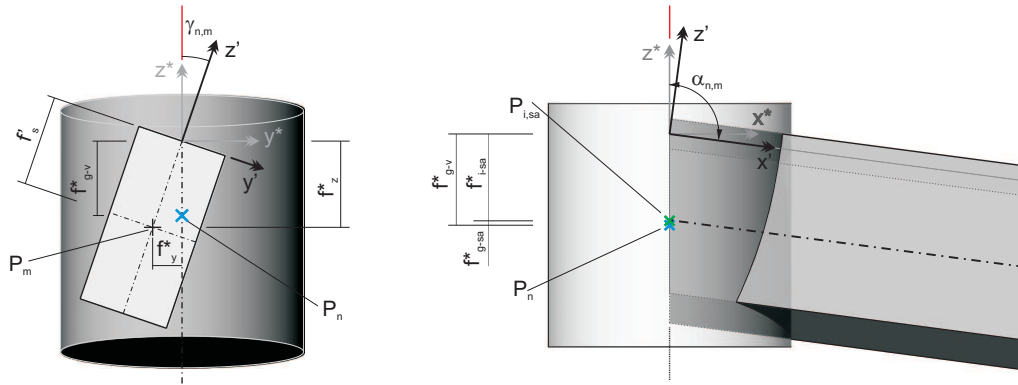


Bild 5.10: Geometrische Bezüge im Stab-Knoten-Kontaktbereich

Mittels Gleichung (5.6) bzw. (5.7) werden die Versätze der Längsschwerachse in Bezug auf das Hilfskoordinatensystem  $ACS^*$  ermittelt. Der Wert von  $f_y^*$  entspricht dabei bereits der zu bestimmenden Exzentrizität  $y_{sa}$  parallel zur Knotenachse.

$$y_{sa} = f_y^* = \sin \gamma_{m,n} * f'_{sa} \quad (5.6)$$

$$f_z^* = \cos \gamma_{m,n} * f'_{sa} \quad (5.7)$$

Bild 5.10 zeigt die Situation am Knotenpunkt als Ansicht orthogonal zur  $x^*-z^*$ -Ebene. Gemäß Bild 5.8 hat der Schnittpunkt  $P_{i,sa}$  der projizierten Stablängsschwerachse mit der  $z^*$ -Achse einen Abstand von  $f_{i,sa}$  zum Knotenpunkt  $P_v$ .

$$f_{i,sa} = \frac{f_z^*}{\cos \alpha_m} \quad (5.8)$$

Der Abstand  $f_{g-sa}$  wiederum beschreibt nach Gleichung (5.9) die Dimension des Versatzes zwischen dem Punkt  $P_{i,sa}$  und dem Schwerpunkt des Knotenelements  $P_n$ .

$$f_{g-sa} = f_{g-v}^* - f_{i,sa} \quad (5.9)$$

Die gesuchte Exzentrizität  $z_{sa}$  orthogonal zur Knotenachse offenbart sich nach Gleichung (5.10) in der  $y^*-z^*$ -Ebene des kanten- bzw. stabindividuellen Hilfskoordinatensystems  $ACS^*$  durch Einsetzen von (5.6) in (5.8) und wiederum in (5.9).

$$z_{sa} = f_{i,sa} - \frac{\cos \gamma_{m,n} * f_z^*}{\cos \alpha_m} \quad (5.10)$$

Die Berechnung bestimmt exakt die Exzentrizitäten der Stablängsschwerachse relativ zur Lage des Knotenschwerpunkts. Dabei sind die Ergebnisse aufgrund der individuellen Ausrichtung aller Stabnetzelemente knoten- bzw. stabendbezogen zu interpretieren.

Abschließend ist anzumerken, dass die Kenntnis der Exzentrizitäten eine notwendige aber keine hinreichende Bedingung zur Bestimmung und Bewertung der lokalen Zusatzbeanspruchungen bildet. Diese sind ferner maßgeblich von den Dimensionen der Beanspruchungen längs zur Stabachse abhängig. Bei gleicher Systemgeometrie und Beanspruchung ermöglicht die Kenntnis der Schwerachsenversätze jedoch objektive Vergleiche unterschiedlicher Stabausrichtungsvarianten in Bezug auf tragqualitative Aspekte.

### 5.3.4 Randkantenversatz

Eine der wichtigsten Aufgaben des konstruktiven Stabnetzentwurfs ist die Realisierung einer glaskorrekten Lagerung. Im vorliegenden Kontext liegen die ebenen Glaselemente in einem schmalen Randkantenbereich direkt auf den Außenseiten der Stäbe auf (vgl. 4.1.3). Gemäß Anforderung 2.5 müssen daher die Auflagerlinien bzw. Randkanten der Stäbe die eine Masche bilden ein ebenes Polygon beschreiben (vgl. 4.2.1).

#### Ansatz

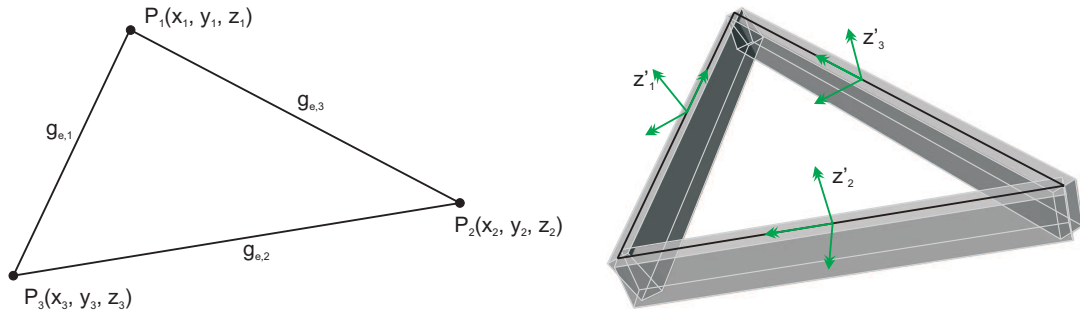
Die lineare Verglasbarkeit des durch die Stabrandkanten mit sehr guter Näherung beschriebenen Glasauflegerlinienpolygons ist dann gegeben, wenn sich diese Kanten im Knotenbereich schneiden und ihre Schnittpunkte in einer Ebene liegen.

#### Randbedingungen

Prinzipiell können im Stabnetz *Randstäbe* und *Flächenstäbe* unterschieden werden. Erstere haben nur eine benachbarte Masche und dienen demzufolge auch nur auf einer Randkante als Glasaufleger. Letztere haben zwei Nachbarmaschen und dienen folglich mit beiden Randkanten als lineares Auflager der Verglasung.

Die eine geschlossene Masche bildenden Kanten des Flächennetzes sowie die Knoten, in denen diese sich schneiden, bilden die Grundlage für die Ausrichtung der Stabnetzelemente im Raum. Die Koordinaten  $x_v, y_v, z_v$  beschreiben die räumliche Lage der Eckpunkte.

Dreieckige Flächennetzmaschen sind dabei unabhängig ihrer Geometrie immer eben (vgl. 2.4.1 bzw. Bild 5.11, links).

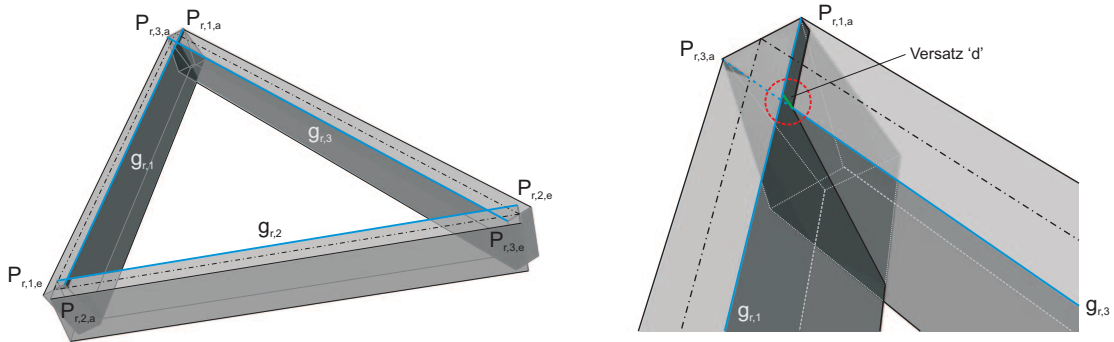


**Bild 5.11:** Netzmasche | Stabausrichtung

Die Stäbe werden im vorliegenden Zusammenhang anhand ihrer äußeren Stabrandkanten modelliert. Diese repräsentieren im geometrischen Sinne räumlich orientierte, parallel zur Netzkante verlaufende Geraden. Die Dimension des identischen Versatzes zwischen beiden Stabrandkanten und der Flächennetzkante ist ein von den Querschnittsdimensionen der Stäbe und der Ausrichtung der Stäbe abhängiger Parameter (vgl. 4.2).

### Vorgehensweise

Die Analyse der konstruktiv-geometrischen Situation erfolgt maschenbezogen. Von den beiden äußeren Stabrandkanten ist daher nur die von Bedeutung, welche der Masche zugewandt ist. Die Parameter  $f'_{r,x}$  und  $f'_{r,y}$  beschreiben die Dimensionen der Versätze der Randkanten  $g_e$  relativ zur Netzkante  $g_n$ . Sie sind abhängig von der Ausrichtung der Stablängsachse und beziehen sich auf das Kantenkoordinatensystem  $EC S'$ .



**Bild 5.12:** Randkanten | Versatz

Die mathematische Analyse der geometrischen Situation erfolgt mit Hilfe der Methoden der analytischen Geometrie des Raumes. Dabei lassen sich bezüglich der Lagebeziehungen zweier Geraden im Raum in drei geometrische Fälle unterscheiden.

1. parallele Geraden
2. sich schneidende Geraden
3. windschiefe Geraden

Der erstgenannte Fall ist im hiesigen Kontext ohne Bedeutung. Auf Basis der bekannten Ausrichtung der Netzkante und der Dimensionen der parallelen Versätze ( $f'_{r,x}$  und  $f'_{r,y}$ ) lassen sich die Koordinaten ihrer Anfangs- und Endpunkte ( $P_{g,a}$  bzw.  $P_{g,e}$ ) bestimmen.

Diese wiederum bilden die Voraussetzung für die Modellierung der Kanten als räumlich orientierte Vektoren (vgl. Gl. (5.11)).

$$g_1 : \vec{x} = \vec{a} + t\vec{u} \quad g_2 : \vec{x} = \vec{b} + s\vec{v} \quad (5.11)$$

Die Randkanten schneiden sich, wenn die Bedingung aus Gleichung (5.12) erfüllt ist, und wenn die beiden Richtungsvektoren  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  nicht linear abhängig voneinander sind ( $\vec{u} \neq \sigma\vec{v}$ ). Die räumliche Ausprägung der Maschen berechtigt dabei im Allgemeinen zu der Annahme, dass letztere Bedingung im vorliegenden Kontext immer erfüllt ist.

$$(\vec{a} - \vec{b})(\vec{u} \times \vec{v}) = 0 \quad (5.12)$$

Kann die Bedingung aus Gleichung (5.12) nicht erfüllt werden, dann haben die beiden Kanten keinen gemeinsamen Schnittpunkt und sind windschief zueinander. In diesem Fall existiert immer eine dritte Gerade, welche die beiden windschiefen schneidet und senkrecht auf ihnen steht. Der Abstand  $d$  der beiden Schnittpunkte definiert die (kürzeste) Entfernung zwischen beiden Geraden und entspricht im vorliegenden Kontext dem Versatz zwischen zwei benachbarten Randkanten (Gl. (5.13)).

$$d = \left| \frac{(\vec{a} - \vec{b})(\vec{u} \times \vec{v})}{|\vec{u} \times \vec{v}|} \right| \quad (5.13)$$

Die Randkantenversätze sind neben der Breite der Stäbe nur von der Ausrichtung der Stäbe relativ zur Netzkante abhängig. Dieses Merkmal ist insofern von überdurchschnittlicher Bedeutung, als dass die Ausrichtung der Knotenachse und in der Folge die Dimensionen der Knotenelemente in diesem Zusammenhang absolut bedeutungslos sind. Unter praktischen Gesichtspunkten kann somit weder durch die Knotenform noch die Verbindungstechnologie Einfluss auf die grundsätzliche lineare Verglasbarkeit genommen werden.

Die vorgestellte Lösung ist selbstverständlich mathematisch exakt. Ihre Ergebnisse müssen jedoch unter konstruktiven Aspekten interpretiert werden. So sind Maschen mit geringen Randkantenversätzen durchaus linear verglasbar, wenn der Versprung der Auflagerlinien bzw. Randkanten durch die Elastizität des Auflegebandes ausgeglichen werden kann.

## 5.4 Beispiel MYLOMESH

MYLOMESH ist eine räumliche, einlagige Stabnetzstruktur, die im Rahmen der Tätigkeit des Autors als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Bauhaus-Universität in Weimar entstand. Im Folgenden dienen ihre Topologie und Geometrie als Grundlage zur Verifizierung des vorgestellten Zylinder-Achsen-Modells. Die Entwurfsform ist partiell gleich- als auch gegensinnig räumlich gekrümmt und vereinigt somit die geometrischen Hauptmerkmale einer wechselnd gewölbten Fläche in sich (Bild 5.13).

Das geometrische Flächennetz besteht aus 171 Kanten und 63 Knoten, die 108 dreieckige Maschen formen. Um der gewölbten Entwurfsform ästhetisch adäquat folgen zu können, wurde eine freie, nicht geometrisch optimierte Vernetzungsstrategie gewählt. Alle Netzkanten sind somit von unterschiedlicher Länge (vgl. Stahr u. a., 2006a).

Im weiteren Verlauf werden verschiedene Beispielrechnungen dargestellt. Diese basieren auf der Definition eines konstanten, rechteckigen Stabquerschnitts von 60 x 120 mm, und orientieren sich damit an baupraktischen Gegebenheiten. Bezüglich der Optimierungsparemeter des konstruktiven Entwurfs wurden folgende Festlegungen getroffen.



**Bild 5.13:** MYLOMESH | Lage der Referenzknoten im Flächennetz

- Ausrichtung der Knotenachse:  $\langle K2 \rangle$
- Ausrichtung der Stablängsachse:  $\langle L2 \rangle$
- Ausrichtung einer Stabquerachse:  $\langle Q1 \rangle$

Für die nachfolgenden Analysen wurden aus dem umfangreichen Datensatz des Gesamtnetzes beispielhaft die nicht auf einem der beiden Ränder liegenden *Flächenknoten*  $N_{20}$  und  $N_{42}$  ausgewählt. Ersterer beschreibt einen Knotenpunkt mit gleichsinniger Krümmung, während letzterer gegensinnig gewölbt ist. Beide Knoten liegen nicht am Rand. Folglich münden an ihnen jeweils sechs Netzkanten.

### Statistische Parameter

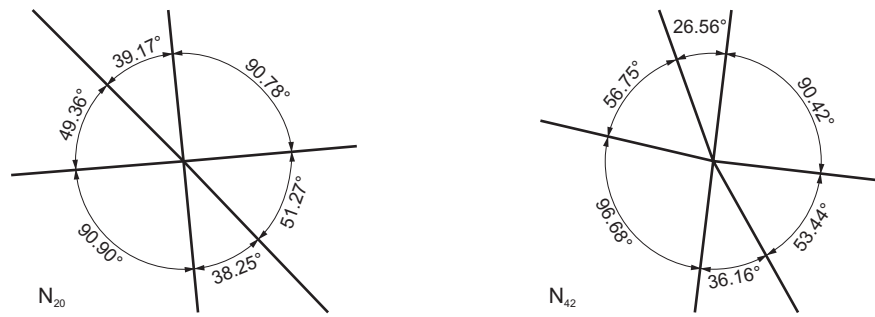
Ein generelles, im Kontext dieser Arbeit bisher nicht explizit behandeltes Merkmal von Freiformstabnetzen ist die große Anzahl geometriebeschreibender Kennwerte. Diese dokumentiert sich beispielsweise grundlegend in 1026 unterschiedlichen polaren Winkelwerten im relativ kleinen konstruktiven Flächennetz des MYLOMESH. Darüber hinaus verursachen die vier neu definierten konstruktiv-geometrischen Parameter eine noch schwerer zu überschauende bzw. zu handhabende Datenmenge.

Die Lösung des Problems liegt in der Anwendung von Methoden der deskriptiven Statistik. Über verschiedene, allgemein bekannte Lage- und Streuungsparameter beschreibt diese die Charakteristika von Datensätzen. *Maximum* und *Minimum* bilden dabei die Basiswerte. Deren Abstand beschreibt die *Spannweite*  $R$ . Darüber hinaus kennzeichnet der *Mittelwert*  $\bar{x}$  die gleichmäßige Verteilung der Summe aller Werte und die *Standardabweichung*  $s$  die Streuung dieser bzgl. des Mittelwerts (vgl. Assenmacher, 2003; Bol, 2004).

### Polare Winkel

Die Neigungs-, Sektor- und Rotationswinkel beider Beispielknoten dokumentiert Tabelle 5.1. Die statistischen Parameter offenbaren signifikante, winkeltypunabhängige Streuungen. Knoten  $N_{42}$  zeigt dabei im Vergleich mit Knoten  $N_{20}$  deutlichere Differenzen, was auf eine 'geometrisch ungünstigere' Vernetzung an diesem Punkt schließen lässt.

Am Knoten  $N_{42}$  belegen ferner zwei Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  kleiner  $90^\circ$  die lokal gegensinnige Flächenkrümmung. Die Sektorwinkel  $\beta_{n,m-m}$  weisen insgesamt wesentlich größere Streuungen als die Neigungswinkel auf (vgl. Bild 5.14). Dies ist auf die diagonale Aussteifung des rechteckmaschigen Basisnetzes zurückzuführen, welche sich auch in den Dimensionen

Bild 5.14: Sektorwinkel ( $N_{20}$ ,  $N_{42}$ )

der Rotationswinkel  $\gamma_{n,m}$  widerspiegelt. Die deutlich größeren Winkelwerte können dabei den Diagonalen zugeordnet werden.

	KnNr.	[°]						max	min	R	$\bar{x}$	s
$\alpha_{n,m}$	$N_{20}$	110,5	95,6	107,5	110,6	95,4	107,4	110,6	95,4	15,2	104,5	6,5
	$N_{42}$	109,6	87,8	97,5	109,5	87,7	100,6	109,6	87,7	21,9	108,8	9,0
$\beta_{n,m-m}$	$N_{20}$	90,8	39,2	49,6	90,9	38,2	51,3	90,9	38,2	52,7	60,0	22,3
	$N_{42}$	90,4	26,6	56,7	96,7	36,2	53,4	96,7	26,6	70,1	60,6	25,9
$\gamma_{n,m}$	$N_{20}$	0,0	0,1	12,3	0,2	0,2	12,7	12,7	0,0	12,7	4,3	5,8
	$N_{42}$	-0,1	0,4	18,8	2,0	0,5	17,2	18,8	-0,1	18,9	6,5	8,2

Tab. 5.1: Polare Winkel ( $N_{20}$ ,  $N_{42}$ )

### Mindestknotenradius

Die Ergebnisse der Schnittpunktradienberechnungen dokumentiert Tabelle 5.2. Die maximalen, für die Knotendimensionierung maßgebenden Werte lassen sich aus Schnittpunkten benachbarter Randkanten der Stabinnenseiten ableiten. Gleichsam kann der direkte Bezug zwischen den minimalen Sektorwinkeln (vgl. Tab. 5.1) und den maximalen Schnittpunktradien nachgewiesen werden.

KnNr.		[mm]						max	min	R	$\bar{x}$	s
$N_{20}$	$r_{n,a}$	42,1	88,5	70,7	42,1	90,5	68,5	90,5	42,1	48,4	67,1	19,4
	$r_{n,i}$	42,3	127,1	43,1	42,1	130,8	40,9	130,8	40,9	89,9	71,1	41,0
$N_{42}$	$r_{n,a}$	42,3	127,1	61,4	40,1	94,5	65,2	127,1	40,1	87,0	71,8	30,6
	$r_{n,i}$	43,1	210,5	35,7	38,2	151,1	32,7	210,5	32,7	177,8	85,2	69,8

Tab. 5.2: Schnittpunktradien ( $N_{20}$ ,  $N_{42}$ )

Die Werte der Schnittpunktradien zeigen sowohl knotenbezogen als auch im Vergleich der beiden Beispielknoten relativ starke Streuungen. Die Dimensionen der Spannweiten ( $R_{20,i} = 90$  mm bzw.  $R_{42,i} = 178$  mm) belegen dies ebenso wie die Differenzen der ermittelten Mindestknotenradien. Hier offenbaren sich die Unterschiede der lokalen Geometrie in Abweichungen von 60 Prozent ( $r_{42} = 210$  mm bzw.  $r_{20} = 131$  mm).

Bild 5.15 verdeutlicht den negativen Einfluss der starken Streuung der Sektorwinkel auf die erforderlichen Knotendimensionen. Die Knotenelemente wirken optisch im Vergleich zu den 60 mm breiten Stäben überdimensioniert.



### Knotenhöhen und -volumina

Ebene Deckflächen definieren modellgemäß den außen- wie innenseitigen Abschluss des zylindrischen Knotenelements. In Tabelle 5.3 sind die Resultate der Berechnungen der Mittelachsenversätze dargestellt. Diese basieren gleichsam auf den zuvor für beide Knoten individuell ermittelten Mindestknotenradien (vgl. Tab. 5.2). Im Vergleich sind auch hier deutliche Unterschiede der Streuungsparameter identifizierbar. So sind beispielsweise die Standardabweichungen  $s$  der Mittelachsenversätze am Knoten  $N_{42}$  ungefähr doppelt so groß wie am Knoten  $N_{20}$ .

KnNr.		[mm]						max	min	R	$\bar{x}$	s
$N_{20}$	$z_a$	-49	-13	-41	-49	-12	-41	-12	-49	37	-34	16
	$z_i$	-177	-133	-163	-177	-133	-163	-133	-177	44	-158	18
$N_{42}$	$z_a$	-75,0	8,1	-27,7	-74,6	8,6	-39,4	8,6	-75,0	83,5	-33,3	34,1
	$z_i$	-202,3	-112,0	-141,8	-201,9	-111,5	-155,4	-111,5	-202,3	90,8	-154,2	37,3

Tab. 5.3: Mittelachsenversätze ( $N_{20}$ ,  $N_{42}$ )

Die Extremwerte der Mittelachsenversätze kennzeichnen die Lage der Knotendeckflächen derart, dass alle Stäbe mit voller Höhe am Knoten angeschlossen werden können (vgl. 5.3.2). Basierend auf diesem Zusammenhang lassen sich die Dimensionen der zylindrischen Modellknoten vollständig bestimmen.

		$N_{20}$	$N_{42}$
Radius	[mm]	131	210
Position obere Deckfläche	[mm]	-12	9
Position untere Deckfläche	[mm]	-177	-202
Knotenhöhe	[mm]	165	210
Knotenschwerpunkt	[mm]	-95	-97
Knotenvolumen	[cm <sup>3</sup> ]	8874	29346

Tab. 5.4: Knotendimensionen ( $N_{20}$ ,  $N_{42}$ )

Bild 5.4 und Bild 5.15 zeigen entsprechende Gegenüberstellungen. Während die Differenz der Knotenhöhen mit zirka 30 Prozent noch eher moderat ausfällt, zeigt sich im Vergleich der Knotenvolumina der quadratische Einfluss des Knotenradius auf die Querschnittsfläche. Infolge dessen ist das erforderliche Knotenvolumen am Knoten  $N_{42}$  um 230 Prozent größer als am Knoten  $N_{20}$ !

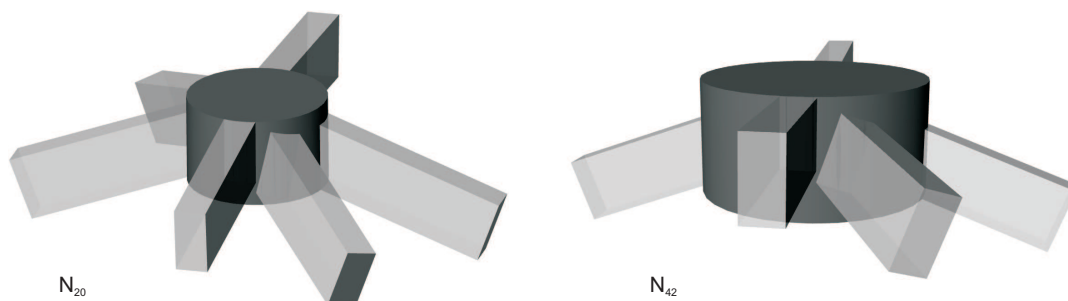
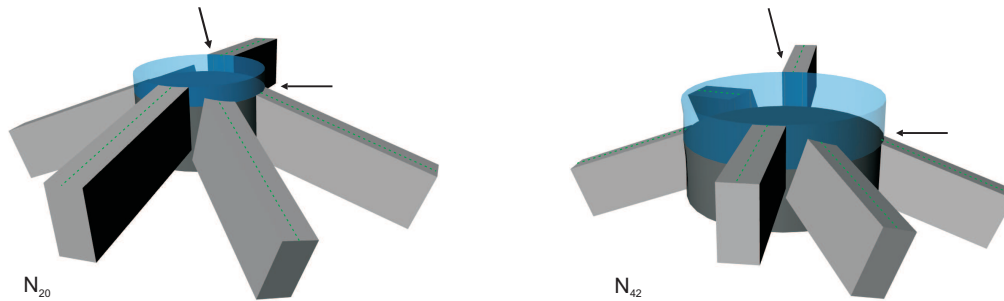


Bild 5.15: Geometrisch erforderliche Knotendimensionen

### Verglasbarkeit und Knotendimensionalität

Ebene äußere Deckflächen bieten entscheidende wirtschaftliche Vorteile gegenüber solchen, die individuell räumlich geformt werden müssen. Das Ebenheitsmaß dient als Indikator für

ihre praktische Anwendbarkeit bzw. für die Notwendigkeit der räumlichen Ausformung. Es definiert sich über die Streuung der äußeren Mittelachsenversätze (vgl. 5.3.2).



**Bild 5.16:** Mittelachsenversätze | Ebenheitsmaße

Im vorliegenden Kontext lassen sich die Ebenheitsmaße von  $e_{20} = 37$  mm bzw.  $e_{42} = 84$  mm dahingehend interpretieren, dass Knoten mit ebenen Deckflächen in beiden Fällen nicht anwendbar sind (vgl. Bild 5.16). Darüber hinaus lässt sich auf der Grundlage der Zahlenwerte verallgemeinernd einschätzen, dass der Aufwand zur Realisierung einer verglasungsgerechten, räumlich geformten Deckfläche bei subtraktiver Bearbeitung am Knoten  $N_{42}$  deutlich größer ist als am Knoten  $N_{20}$ .

### Lokale Tragqualität

Die Berechnung der Schwerachsenversätze erbrachte die in Tabelle 5.5 dargestellten Ergebnisse. Diese beziehen sich auf die zuvor dargestellten individuellen Knotenschwerpunkte (vgl. Tab. 5.4). Die statistischen Parameter offenbaren an beiden Knoten eine homogene Verteilung bzw. nur geringe Streuungen der Versätze  $z_{sa}$  in Knotenachsrichtung und jeweils zwei statistisch sog. *Ausreißer* bei den Exzentrizitäten  $y_{sa}$  quer zu dieser.

KnNr.		[mm]						max	min	R	$\bar{x}$	s
N <sub>20</sub>	$y_{sa}$	0,0	- 0,1	-12,8	- 0,2	- 0,2	0,0	0,0	-13,2	13,2	- 4,4	6,1
	$z_{sa}$	-30,9	-34,7	-33,5	-30,9	-34,7	-33,6	-34,7	-34,7	3,8	-33,1	1,6
N <sub>42</sub>	$y_{sa}$	0,1	- 0,4	-19,4	- 2,1	- 0,5	-17,7	0,1	-19,4	19,5	-6,7	8,4
	$z_{sa}$	-33,2	-36,8	-39,6	-33,3	-36,8	-38,6	-33,2	-39,6	6,4	-36,4	2,4

**Tab. 5.5:** Schwerachsenversätze (N<sub>20</sub>, N<sub>42</sub>)

Die Verteilung der Schwerachsenversätze zeigt eine große Nähe zu denen der Rotationswinkel  $\gamma_{n,m}$  (vgl. Tab. 5.1). Dabei sind die Dimensionen der Exzentrizitäten in Richtung der Knotenachse deutlich größer als orthogonal zu ihr. Die Ausreißer der Versätze  $y_{sa}$  können den relativ zur Knotenachse stärker rotierten Diagonalstäben zugeordnet werden. Grundsätzlich erschließt sich mechanische 'Relevanz' der Versätze, wie bereits unter 5.3.3 angemerkt, jedoch erst im Kontext der individuellen Stabbeanspruchung.

### Lineare Verglasbarkeit

In Tabelle 5.6 sind die Resultate der Berechnungen der Randkantenversätze dargestellt. Es ist sofort offensichtlich, dass sich die Stabrandkanten ausnahmslos nicht schneiden! Damit kann die bereits unter 3.6 dargestellte Problematik im konstruktiven Sinne nicht ebener Dreiecksmaschen verifiziert werden.

Die Ergebnisse offenbaren knotenbezogen relativ starke Streuungen der Versatzdimensionen ( $R_{20} = 8,1$  mm bzw.  $R_{42} = 10,6$  mm). Während dabei die knotenbezogenen Minima (2,8 bzw. 0,7 mm) konstruktiv durchaus tolerabel erscheinen, müssen die Maxima (10,9

KnNr.	[mm]						max	min	R	$\bar{x}$	s
N <sub>20</sub>	7,7	10,7	2,8	7,9	10,9	3,1	10,9	2,8	8,1	7,2	3,2
N <sub>42</sub>	11,2	10,4	0,9	11,3	10,5	0,7	11,3	0,7	10,6	7,5	4,7

Tab. 5.6: Randkantenversätze (N<sub>20</sub>, N<sub>42</sub>)

bzw. 11,3 mm) als verglasungsbezogen unzweifelhaft kritische Größenordnungen eingestuft werden (vgl. Bild 5.17).

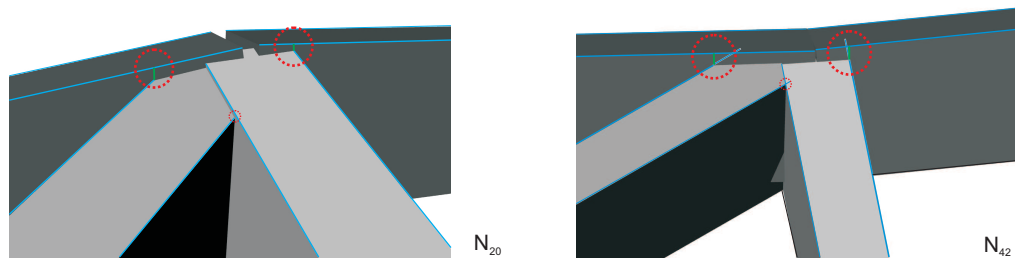


Bild 5.17: Randkantenversätze

Direkte Bezüge zwischen Randkantenversätzen und polaren Winkeln sind nicht herstellbar. Jedoch kann ein überlagerter Zusammenhang zwischen den Spannweiten benachbarter Neigungs- und Rotationswinkel abgeschätzt werden. Bezüglich der Form der Entwurfsfläche lässt sich daher schlussfolgern, dass die Randkantenversätze insbesondere bei stärkeren Differenzen der Hauptkrümmungen kritische Dimensionen annehmen.

## 6 Steuerbarkeit der Lokalgeometrie

Die lokale Geometrie am Knoten hat bei gleicher Positionierung der Stabnetzelemente maßgebliche Auswirkungen auf Dimensionen und Dimensionalität der Knoten sowie auf die lokale Tragqualität und die lineare Verglasbarkeit des Stabnetzes (vgl. 5.4). Sie ist maßgeblich abhängig von der Ausrichtung der Referenzachsen. Diese wiederum und die Definition der Position der Knoten und Stäbe relativ zu ihnen sind die Optimierungsparameter im konstruktiven Entwurf frei geformter Stabnetze.

Für die Ausrichtung von Knoten- und Stablängsachsen sind jeweils zwei Ansätze bekannt. Im Gegensatz dazu existiert zur Positionierung der Stabprofile quer zur Netzkante nur eine Variante (vgl. 5.2). Das Zylinder-Achsen-Modell bietet die Möglichkeit die konstruktiv-geometrische Situation am Knoten in Abhängigkeit dieser Varianten zu analysieren.

Wiederum auf der geometrischen und topologischen Grundlage des MYLOMESH-Projekts werden nachfolgend verschiedene Analysen dargestellt. Diese sollen das Optimierungspotenzial der unterschiedlichen Varianten zur Positionierung der Stabnetzelemente verdeutlichen. Ergänzend zu den zwei bekannten Beispielknoten wird  $N_{57}$  als *Randknoten* in die Betrachtungen mit einbezogen. Aufgrund seiner besonderen Lage im Flächennetz schließen an diesem die Kanten bzw. Stäbe nur 'einseitig' an.

### 6.1 Knotendimensionen

Die individuelle Dimension eines Knotenelements ist in zweifacher Hinsicht bedeutsam. So werden unter ästhetischen Gesichtspunkten zumeist solche Knoten favorisiert, die den Gesamteindruck des Stabnetzes optisch nicht dominieren. Unter wirtschaftlichen Aspekten sind selbstverständlich Knoten mit geringem Materialverbrauch von Vorteil. Beide Anforderungen sind im Regelfall erfüllt, wenn die Knotendimensionen und das Knotenvolumen minimal werden.

#### 6.1.1 Radius

Im Sinne der Minimierung des Knotenvolumens besteht das Ziel der nachfolgenden Analysen darin, die Konstellation aus Knoten- und Stablängsachsenausrichtung zu finden, welche den geringsten Halbmesser des Knotens (Mindestknotenradius) zur Folge hat.

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in den Tabellen bzw. Abbildungen 6.1 bis 6.3 dargestellt. Um die Übersichtlichkeit und Aussagekraft der Ergebnisdarstellung zu sichern, werden dabei ausschließlich die Mindestknotenradien  $r_n$  als maßgebende Kenngrößen abgebildet. Diese Vorgehensweise beinhaltet gleichzeitig den Vorteil, die Ergebnisse der Variationen über Kreuz vergleichen zu können.

Die tabellarische Form der Ergebnisdarstellung lässt sich als Matrix interpretieren. In dieser können zeilenweise die Einflüsse der zwei verschiedenen Ausrichtungen der Knotenachse  $\langle K1 \rangle$  bzw.  $\langle K2 \rangle$  und spaltenweise die Effekte der zwei unterschiedlichen Stablängsachsenausrichtungen  $\langle L1 \rangle$  bzw.  $\langle L2 \rangle$  verglichen werden.

Da die absoluten Beträge der Radien nur im Kontext des analysierten Flächennetzes aussagekräftig sind, werden sie durch normierte Relativvergleiche ( $\Delta r_n$ ) ergänzt. Diese basieren auf dem Ergebnis der Berechnung nach Variante  $\langle K1 \cdot L1 \rangle$ .

$r_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta r_n$
$\langle K1 \rangle$	110	130	+ 18 %
$\langle K2 \rangle$	110	131	+ 19 %
$\Delta r_n$	$\pm 0 \%$	+ 1 %	+ 19 %

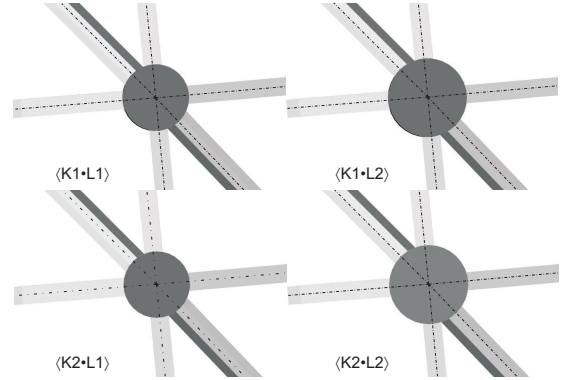
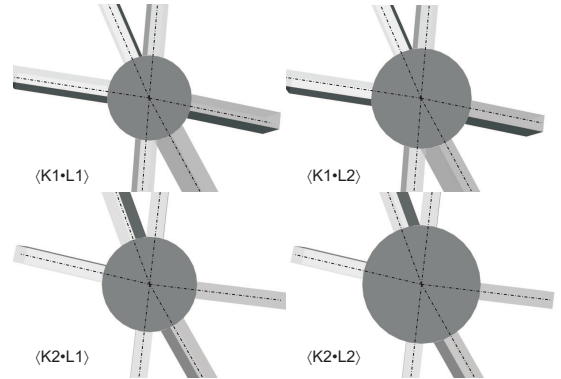
Tab. 6.1: Mindestknotenradien  $N_{20}$ Bild 6.1: Mindestknotenradien  $N_{20}$ 

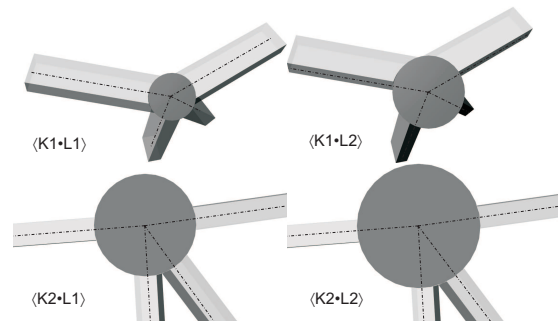
Tabelle 6.1 und Bild 6.1 zeigen die Ergebnisse der Berechnungen am Flächenknoten  $N_{20}$ . Der minimal erforderliche Knotenradius ( $r_n = 110$  mm) wird danach unabhängig von der Position der Knotenachse bei Ausrichtung der Stablängsachse nach Variante  $\langle L1 \rangle$  erzielt.

$r_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta r_n$
$\langle K1 \rangle$	150	178	+ 19 %
$\langle K2 \rangle$	169	210	+ 24 %
$\Delta r_n$	+ 13 %	+ 18 %	+ 40 %

Tab. 6.2: Mindestknotenradien  $N_{42}$ Bild 6.2: Mindestknotenradien  $N_{42}$ 

Die Ergebnisse der Berechnungen am Knoten  $N_{42}$  sind in Tabelle bzw. Bild 6.2 dargestellt. Die Ausrichtung der Stabnetzelemente nach Kombination  $\langle K1 \cdot L1 \rangle$  bewirkt den minimalen Knotenradius von  $r_n = 150$  mm. Alle anderen Kombinationen führen zu vergrößerten Knotenradien zwischen + 13 und + 40 %.

$r_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta r_n$
$\langle K1 \rangle$	83	129	+ 55 %
$\langle K2 \rangle$	135	168	+ 24 %
$\Delta r_n$	+ 63 %	+ 30 %	+ 102 %

Tab. 6.3: Mindestknotenradien  $N_{57}$ Bild 6.3: Mindestknotenradien  $N_{57}$

Die Tabelle 6.3 sowie Bild 6.3 zeigen die Resultate der Berechnungen am Randknoten  $N_{57}$ . Ein besonders günstiges Ergebnis ( $r_n = 83 \text{ mm}$ ) zeitigt Kombination  $\langle K1 \cdot L1 \rangle$ . Das Ergebnis ist jedoch eher theoretischer Natur und an dieser Stelle als Basis für die Relativvergleiche wenig geeignet. Ursächlich verantwortlich dafür ist die fragliche Ausrichtung der Knotenachse (vgl. Bild 6.7).

Die dargestellten Ergebnisse zeigen, dass der Einfluss der Variation der Stablängsachsen- ausrichtung auf den individuellen Mindestknotenradius größer ist, als der Modifikation der Knotenachsenausrichtung. In diesem Kontext ist weiterhin erkennbar, dass die Varianten  $\langle K1 \rangle$  bzw.  $\langle L1 \rangle$  dimensional günstigere Lösungen bewirken.

### 6.1.2 Höhe

Mit dem Ziel der Minimierung der Knotenhöhe soll nachfolgend untersucht werden, welche Konstellation aus Knoten- und Stablängsachsenrichtung die günstigste Lösung im Sinne einer Mindestknotenhöhe bietet.

Die Beschreibung der Ergebnisse der Berechnungen in den Tabellen und Abbildungen orientiert sich an den Darstellungen im Abschnitt 6.1.1. Notiert sind nur die erforderlichen Knotenhöhen und nicht die ihnen zugrunde liegenden Mittelachsenversätze. Ergänzt werden die absoluten Ergebniswerte wiederum durch normierte Vergleichswerte, die sich auf das Ergebnis der Knoten-Stabachsen-Kombination  $\langle K1 \cdot L1 \rangle$  beziehen.

$h_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta h_n$
$\langle K1 \rangle$	158	168	+ 6 %
$\langle K2 \rangle$	155	165	+ 6 %
$\Delta h_n$	- 2 %	- 2 %	+ 4 %

Tab. 6.4: Mindestknotenhöhen  $N_{20}$

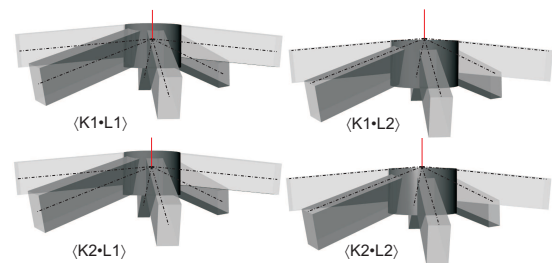


Bild 6.4: Mindestknotenhöhen  $N_{20}$

Tabelle 6.4 sowie Bild 6.4 vermitteln die Berechnungsergebnisse am Knoten  $N_{20}$ . Die minimale Knotenhöhe von  $h_n = 155 \text{ mm}$  resultiert aus Kombination  $\langle K2 \cdot L1 \rangle$ . Dem steht ein Maximalwert von  $h_n = 168 \text{ mm}$  gegenüber. Das Optimierungspotenzial ist hier offensichtlich vergleichsweise gering.

$h_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta h_n$
$\langle K1 \rangle$	244	270	+ 11 %
$\langle K2 \rangle$	191	211	+ 10 %
$\Delta h_n$	- 22 %	- 22 %	- 13 %

Tab. 6.5: Mindestknotenhöhen  $N_{42}$

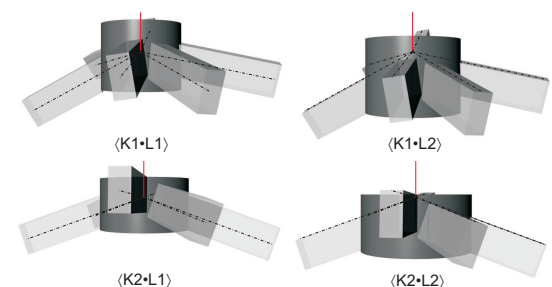


Bild 6.5: Mindestknotenhöhen  $N_{42}$

Die gegensinnige Flächenkrümmung verursacht am Knoten  $N_{42}$  generell größere Knotenhöhen als an  $N_{20}$ . Die minimale Höhe ( $h_n = 191 \text{ mm}$ ) resultiert wiederum aus Kombination  $\langle K2 \cdot L1 \rangle$ . Variante  $\langle K1 \cdot L2 \rangle$  repräsentiert mit einer Mindestknotenhöhe von  $h_n = 270 \text{ mm}$

den ungünstigsten Fall der Stab-Knoten-Ausrichtungskombination. Die Differenz der beiden Knotendimensionen entspricht immerhin einer Änderung um 41 (vgl. Tabelle 6.5 und Bild 6.5).

Am Randknoten  $N_{57}$  fällt zunächst die große Streuung der Ergebniswerte auf (vgl. Tab. 6.6). Speziell bei Ausrichtung der Knotenachse nach Ansatz  $\langle K1 \rangle$  erbringen die Rechnungen sich völlig unrealistische Knotenhöhen, welche mit der Stabhöhe von 120 mm in keinsten Weise harmonisieren.

Diese Tatsache spiegelt erneut das bereits unter 6.1.1 skizzierte, ausgesprochen fragliche Ergebnis der Berechnung der Knotenachse  $\langle K1 \rangle$  an diesem Knoten wider (vgl. Bild 6.6). 'Realistische' Knotenhöhen sind nur für die Knotenachsrichtung  $\langle K2 \rangle$  bestimmbar. Gleichzeitig ist erkennbar, dass die minimale Knotenhöhe trotzdem noch größer ist als die am Knoten  $N_{42}$  (min.  $h_{57} = 200 \text{ mm} > \text{min. } 191 \text{ mm} = h_{42}$ ).

$h_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta h_n$
$\langle K1 \rangle$	391	616	+ 58 %
$\langle K2 \rangle$	200	226	+ 13 %
$\Delta h_n$	- 49 %	- 63 %	- 42 %

Tab. 6.6: Mindestknotenhöhen  $N_{57}$

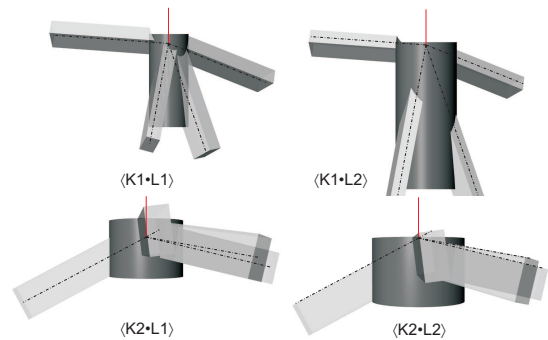


Bild 6.6: Mindestknotenhöhen  $N_{57}$

Die dargestellten Ergebnisse ermöglichen nur bedingt generalisierende Aussagen. Während das Optimierungspotenzial am Knoten  $N_{20}$  vergleichsweise gering erscheint, zeigen sich am Knoten  $N_{42}$  wesentliche wirkungsvollere Möglichkeiten zur Minimierung der Knotenhöhe. Hier lässt sich eine deutlich positive Tendenz bei Ausrichtung der Knotenachse nach Variante  $\langle K2 \rangle$  und eine etwas weniger prägnante negative Tendenz bei Ausrichtung der Stäbe nach Ansatz  $\langle L2 \rangle$  erkennen.

### 6.1.3 Volumen

Aus den in den beiden vorangegangenen Abschnitten ermittelten Knotenradien und -höhen lässt sich das individuell erforderliche Zylinderknotenvolumen  $V_n$  nach der allgemein bekannten Gleichung (6.1) ermitteln. Diese verdeutlicht zunächst, dass der Einfluss des Radius quadratisch, der der Knotenhöhe jedoch nur linear ist.

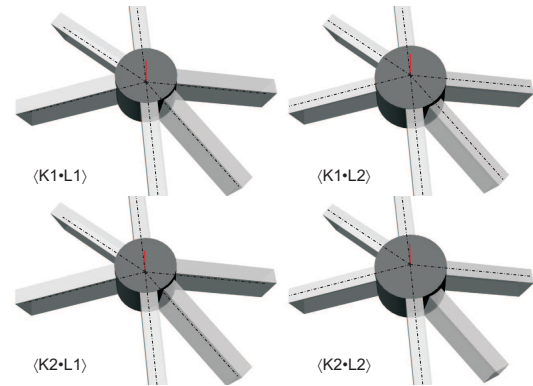
$$V_n = \pi * r_n^2 * h_n \quad (6.1)$$

Die Beschreibung der Ergebnisse der Berechnungen zu den erforderlichen Knotenvolumen (Tab. 6.7 bis 6.9) entspricht den Darstellungen in den beiden vorherigen Abschnitten. Ergänzt wird sie durch verschiedene Grafiken. Diese verdeutlichen visuell das mögliche Optimierungspotenzial der vier Stab-Knoten-Ausrichtungskombinationen an den drei Beispielknoten.

Am Knoten  $N_{20}$  bewirkt die Ausrichtungskombination  $\langle K2 \cdot L1 \rangle$  das mit  $V_n = 5062 \text{ cm}^3$  geringste Volumen (vgl. Tab. 6.7). Es ist deutlich erkennbar, dass der Einfluss der Variation der Knotenachsrichtung vernachlässigbar klein ist, während die Änderung der Orientierung



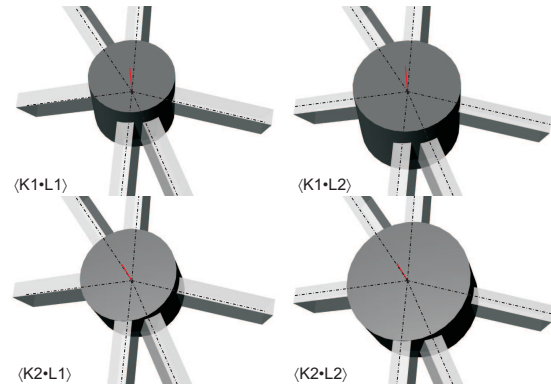
$V_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta V_n$
$\langle K1 \rangle$	6003	8943	+ 49 %
$\langle K2 \rangle$	5962	8874	+ 49 %
$\Delta V_n$	$\pm 0 \%$	$\pm 0 \%$	+ 49 %

Tab. 6.7: Mindestknotenvolumina  $N_{20}$ Bild 6.7: Mindestknotenvolumina  $N_{20}$ 

der Stablängsschwerachsen hingegen sehr deutliche Effekte zeigt. Diese sind maßgeblich auf der Steigerung des Radius um 18 bzw. 19 % zurückzuführen (vgl. Tabelle 6.1).

Die Ergebnisse der Berechnungen am Knoten  $N_{42}$  sind in Tabelle 6.8 notiert. Es zeigen sich prinzipiell die gleichen Tendenzen wie am Knoten  $N_{20}$ . Das minimale Knotenvolumen ( $V_n = 17025 \text{ cm}^3$ ) resultiert aus Kombination  $\langle K2 \cdot L1 \rangle$ . Sein Maß entspricht jedoch einer Veränderung von immerhin mehr als 180 Prozent im Vergleich zu  $N_{20}$ !

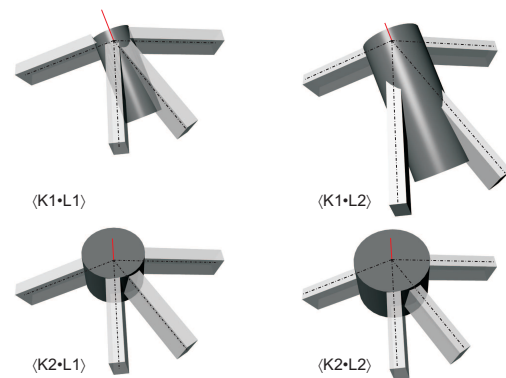
$V_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta V_n$
$\langle K1 \rangle$	17124	27017	+ 58 %
$\langle K2 \rangle$	17025	29346	+ 72 %
$\Delta V_n$	$\pm 0 \%$	+ 9 %	+ 71 %

Tab. 6.8: Mindestknotenvolumina  $N_{42}$ Bild 6.8: Mindestknotenvolumina  $N_{42}$ 

Die Ergebnisse am Knoten  $N_{57}$  (vgl. Tabelle 6.9) zeigen ähnliche Tendenzen, wie an  $N_{20}$  und  $N_{42}$ . Variante  $\langle K1 \cdot L1 \rangle$  bewirkt das minimale Knotenvolumen von  $V_n = 8405 \text{ cm}^3$ . Dieses Ergebnis ist jedoch, ob der schon mehrfach zuvor angesprochenen fraglichen Knotenachsposition, eher theoretischer Natur. Dementsprechend sind unter praxisbezogenen Aspekten nur die beiden Ergebnisse mit Knotenachsrichtung  $\langle K2 \rangle$  relevant. Abermals zeigt sich der starke Einfluss des um 24 Prozent vergrößerten Knotenradius (vgl. Tabelle 6.3).

Im Vergleich der Abbildungen und Tabellen ist erkennbar, dass das Optimierungspotenzial, welches die Variation von Knoten- und Stablängsachsenausrichtung bezüglich der Knotendimensionen beinhaltet, im knotenübergreifenden Vergleich stark unterschiedlich ist. Ob der gleichen Berechnungsalgorithmen zur Bestimmung der Referenzachsen lässt dies auf den Einfluss der Basisstruktur des geometrischen Flächennetzes schließen. Darüber hinaus zeigt sich, dass die Variation der Stablängsachsenposition ein weitaus größeres Optimierungspotenzial bietet als die der Knotenachsrichtung.

$V_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta V_n$
$\langle K1 \rangle$	8405	32022	+ 280 %
$\langle K2 \rangle$	11422	19962	+ 74 %
$\Delta V_n$	+ 36%	- 38%	+ 137%

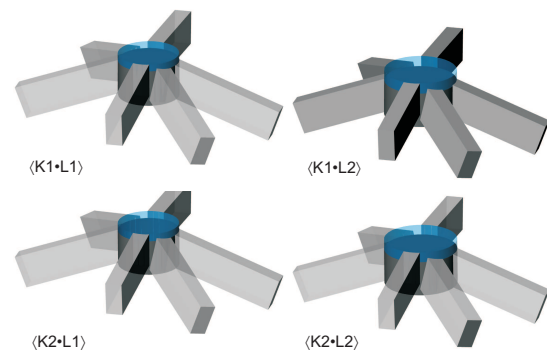
Tab. 6.9: Mindestknotenvolumina  $N_{57}$ Bild 6.9: Mindestknotenvolumina  $N_{57}$ 

## 6.2 Ebenheitsmaß

Das Ebenheitsmaß  $e_n$  dient als Indikator zur Abschätzung der Anwendbarkeit deckflächig ebener Knotenelemente. Das Ziel der anschließenden Analysen besteht deshalb darin, die Kombination von Knoten- und Stablängsachse zu finden, bei der  $e$  minimal wird. Die Darstellung der Ergebnisse der Analysen an den drei Beispielknoten erfolgt in der aus Abschnitt 6.1 bekannten Art und Weise.

Tabelle 6.10 und Bild 6.10 zeigen die Berechnungsergebnisse am Knoten  $N_{20}$ . Knoten-Stabachsen-Kombination  $\langle K1 \cdot L1 \rangle$  bewirkt das minimale Ebenheitsmaß von  $e = 26$  mm), Variante  $\langle K1 \cdot L2 \rangle$  den entsprechenden Widerpart ( $e = 39$  mm). Diese Ergebnisse belegen, dass die Variation der Knotenachsrichtung im vorliegenden Fall eher geringere Auswirkungen auf die Dimensionen der Ebenheitsmaße hat, während die Änderung der Stablängsachsenposition sehr deutliche Effekte offenbart.

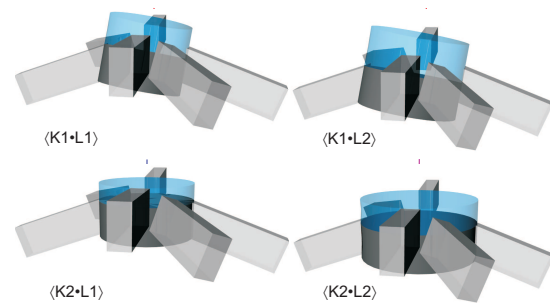
$e$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta e$
$\langle K1 \rangle$	26	39	+ 50 %
$\langle K2 \rangle$	27	37	+ 37 %
$\Delta e$	+ 4 %	- 5 %	+ 42 %

Tab. 6.10: Ebenheitsmaße  $N_{20}$ Bild 6.10: Ebenheitsmaße  $N_{20}$ 

Das minimale Ebenheitsmaß von 26 mm lässt sich grundsätzlich dahingehend interpretieren, dass zumindest ein Stab eine ebene äußere Deckfläche um eben diesen Betrag überragen bzw. dieser mehr als 25 Prozent seiner Querschnittshöhe bzw. -fläche nicht am Knoten anliegen würde. Vor diesem Hintergrund erschiene der Einsatz deckflächig ebenen Knotenelements sehr fraglich (vgl. Bild 6.10).

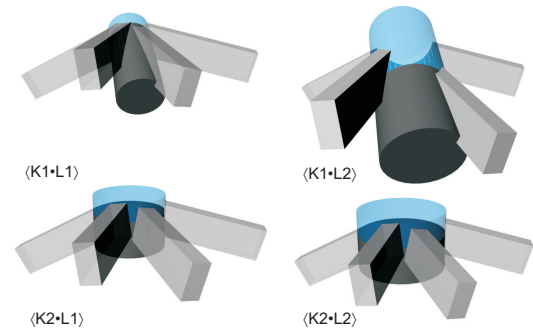
Die gegensinnige Flächenkrümmung hat am Knoten  $N_{42}$  durchweg deutlich vergrößerte Ebenheitsmaße im Vergleich zu  $N_{20}$  zur Folge. Beide Variationen der Referenzachsenrichtungen zeigen überdurchschnittliches Optimierungspotenzial in Bezug auf die Dimensionen der Ebenheitsmaße (vgl. Bild 6.11).

$e$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta e$
$\langle K1 \rangle$	112	140	+ 25 %
$\langle K2 \rangle$	63	84	+ 33 %
$\Delta e$	- 44 %	- 40 %	- 25 %

Tab. 6.11: Ebenheitsmaße  $N_{42}$ Bild 6.11: Ebenheitsmaße  $N_{42}$ 

Das minimale Ebenheitsmaß ( $e = 64$  mm) am Knoten  $N_{57}$  resultiert aus der Knoten-Stabachsen-Kombination  $\langle K2 \cdot L1 \rangle$ . Die Effekte der Variation von Knoten- und Stabachsenrichtung sind vergleichbar denen am Knoten  $N_{42}$ , wobei der Wert der relativen Vergleichsparameter am hiesigen Knoten bekanntermaßen eingeschränkt ist.

$e$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta e$
$\langle K1 \rangle$	70	346	+ 394 %
$\langle K2 \rangle$	64	90	+ 40 %
$\Delta e$	- 9 %	- 74 %	+ 29 %

Tab. 6.12: Ebenheitsmaße  $N_{57}$ Bild 6.12: Ebenheitsmaße  $N_{57}$ 

Grundsätzlich lässt sich in Bezug auf die Ebenheitsmaße ein knotenübergreifend beachtliches Optimierungspotenzial identifizieren. Im knotenbezogenen Vergleich zeigen sich dabei deutliche Unterschiede bezüglich des Einflusses der Variation der Knoten- und der Stabachsenrichtung. Infolgedessen ist es nicht möglich, eine generalisierende Tendenz bzgl. der Vorteilhaftigkeit der einen oder der anderen Variante abzuleiten.

### 6.3 Lokale Tragqualität

Die Tragqualität im Kontaktbereich von Stab bzw. Stäben und Knoten wird maßgeblich von den Exzentrizitäten der Stablängsschwerachsen in Bezug auf den Knotenschwerpunkt beeinflusst (vgl. 5.3.3).

Bei Ausrichtung der Stablängsachsen nach Ansatz  $\langle L1 \rangle$  schneiden sich diese im Knotenpunkt (vgl. Bild 4.15). Sie weisen dementsprechend keinen Versatz untereinander und nur einen einachsigen Versatz zum Knotenschwerpunkt in Richtung der Knotenachse auf. Vor diesem Hintergrund fokussiert sich das Interesse im Folgenden auf die Variation der Knotenachsrichtung bei konstanter Stablängsachsenposition nach Variante  $\langle L2 \rangle$ .

Die tabellarische Darstellung der Lage- und Streuungsparameter der Schwerachsenversätze ist knotenbezogen strukturiert. Pro Beispielknoten ergeben sich zwei Datensätze, welche die Variation der Ausrichtung der Knotenachse widerspiegeln.

Die Dimensionen der Versätze quer zur Knotenachse ( $f_{m,y}$ ) sind im Allgemeinen, mit Ausnahme der Werte am Knoten  $N_{57}$  bei Ausrichtung der Knotenachse nach Variante  $\langle K1 \rangle$ ,

KnNr.	$g_n$	$f_{y,max}$	$f_{y,min}$	$R$	$\bar{x}$	$s$	$\Delta s$
N <sub>20</sub>	$\langle K1 \rangle$	1	-14	14	-4	6	100 %
	$\langle K2 \rangle$	0	-13	13	-4	6	100 %
N <sub>42</sub>	$\langle K1 \rangle$	12	-31	43	-7	14	100 %
	$\langle K2 \rangle$	0	-19	19	-7	8	57 %
N <sub>57</sub>	$\langle K1 \rangle$	57	-52	108	0	43	100 %
	$\langle K2 \rangle$	7	-12	19	-1	7	16 %

Tab. 6.13: Schwerachsenversätze ( $f_{m,y}$ )

sehr gering. Die alternative Positionierung nach Ansatz  $\langle K2 \rangle$  zeigt an allen drei Beispielknoten mehr oder weniger deutlich positive Effekte in Bezug auf verringerte Extremwerte sowie daraus folgend günstigere Streuungsparameter (vgl. Tabelle 6.13).

KnNr.	$g_n$	$f_{y,max}$	$f_{y,min}$	$R$	$\bar{x}$	$s$	$\Delta s$
N <sub>20</sub>	$\langle K1 \rangle$	-32	-36	4	-34	2	100 %
	$\langle K2 \rangle$	-31	-35	4	-33	2	100 %
N <sub>42</sub>	$\langle K1 \rangle$	-23	-38	14	-29	4	100 %
	$\langle K2 \rangle$	-33	-40	6	-36	2	50 %
N <sub>57</sub>	$\langle K1 \rangle$	-149	-278	129	-223	3	100 %
	$\langle K2 \rangle$	-44	-53	9	-50	3	100 %

Tab. 6.14: Schwerachsenversätze ( $f_{m,z}$ )

Die Versätze  $f_{m,z}$  charakterisieren die Exzentrizität der Schwerachsen in Richtung der Knotenachse. Die Dimensionen der Maximal- bzw. Minimalwerte sind hierbei deutlich größer als bei den Schwerachsenversätzen  $f_{m,y}$ . In Bezug auf die Streuungsparameter sind die erzielbaren Effekte jedoch überwiegend gering.

## 6.4 Verglasbarkeit

Die direkte lineare Verglasbarkeit des Stabnetzes ist maßgeblich davon abhängig, ob die Randkanten der Stäbe ein ebenes Polygon beschreiben. Ausschlaggebend dafür ist nicht die Ausrichtung der Knotenachse, sondern allein die Positionierung der Stäbe relativ zur Netzkante (vgl. 5.3.4).

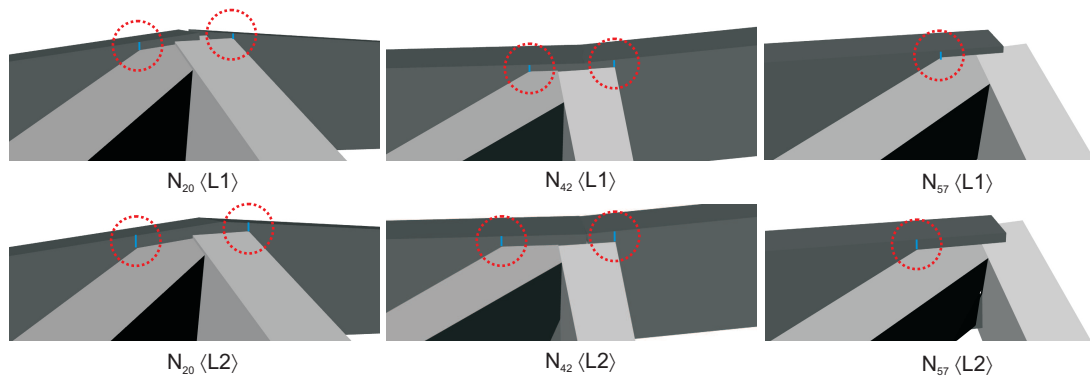
Das Ziel der nachfolgende Analyse besteht nummehr darin, zu untersuchen, ob beide bekannten Ansätze zur Stablängsachsenausrichtung ( $\langle L1 \rangle$  bzw.  $\langle L2 \rangle$ ) Randkantenversätze verursachen, und wenn ja, welche Dimensionen diese annehmen.

N <sub>n</sub>	$g_m$	$f_{r,max}$	$f_{r,min}$	R	$\bar{x}$	$\sigma_m$
N <sub>20</sub>	$\langle L1 \rangle$	7	3	4	5	2
	$\langle L2 \rangle$	11	3	8	7	3
N <sub>42</sub>	$\langle L1 \rangle$	8	1	7	5	3
	$\langle L2 \rangle$	11	1	11	8	5
N <sub>57</sub>	$\langle L1 \rangle$	7	0	7	5	3
	$\langle L2 \rangle$	11	0	11	7	5

Tab. 6.15: Verglasbarkeit Randkantenversätze [mm]

Die tabellarische Ergebnisdarstellung der Schwerachsenversätze ist knotenbezogen strukturiert. Pro Beispielknoten ergeben sich zwei Datensätze. Da die absoluten Ergebniswerte nur im Zusammenhang mit der lokalen Geometrie an den Beispielknoten aussagekräftig sind, erfolgt einzig die Darstellung der statistischen Parameter.

Die Ergebnisse der Analysen zeigen im knotenübergreifenden Vergleich kaum Abweichungen der im vorliegenden Kontext maßgebenden Maximalwerte. An allen drei Beispielknoten sind unabhängig von der gewählten Variante zur Ausrichtung der Stablängsachsen deutliche Versätze zwischen den Randkanten der Stäbe nachweisbar (vgl. Tabelle 6.15 bzw. Bild 6.13). Tendenziell zeigt Ansatz  $\langle L2 \rangle$  ein verglasungsbezogen ungünstigeres Verhalten mit größeren Maximalwerten und stärkeren Streuungen.



**Bild 6.13:** Randkantenversätze ( $N_{20}$ ,  $N_{42}$ ,  $N_{57}$ )

Unter praktischen Gesichtspunkten müssen die ermittelten Randkantenversätze als absolut kritisch in Bezug auf die Realisierung einer linearen Glaslagerung bezeichnet werden. Es ist davon auszugehen, dass sie, ob ihrer Dimensionen, konstruktiv nicht durch die Elastizität der Auflegebänder ausgeglichen werden können. Ursächlich verantwortlich dafür ist primär die Tatsache, dass sich die Versätze nahezu orthogonal zur Glasebene in den Eckbereichen der Gläser einstellen.

## 7 Konstruktive Optimierung der Lokalgeometrie

Durch kombinatorische Variation der Ausrichtung von Knoten und Stäben relativ zum geometrischen Flächennetz lassen sich die konstruktiv-geometrischen Eigenschaften des Stabnetzes im Allgemeinen und am einzelnen Knoten im Speziellen maßgeblich beeinflussen (vgl. Kapitel 6). Gleichzeitig offenbaren die durchgeführten Analysen einige Defizite. Abermals auf der Basis der geometrischen und topologischen Eigenschaften des MYLOMESH-Flächennetzes sowie anhand der drei Beispielknoten ( $N_{20}$ ,  $N_{42}$ ,  $N_{57}$ ) werden nachfolgend die erkannten Probleme klar umrissen und neuartige Ansätze zu ihrer Lösung beschrieben.

### 7.1 Ausrichtung der Knotenachse

Die Knotenachsen dienen als Referenzachsen zur grundsätzlichen Positionierung der Knotenelemente (vgl. 2.5.1). Ihre Ausrichtung hat, wie die Analysen in Bild 6 zeigen, maßgebliche Auswirkungen auf die Dimensionen der Knoten. Dabei sind sowohl knotenbezogen als auch knotenübergreifend deutliche Streuungen identifizierbar (vgl. Tabellen 6.1 bis 6.12). Diese können als Indiz für das Optimierungspotenzial einer 'günstigen' Ausrichtung der Knotenachse interpretiert werden.

Die Knotenelemente sind prinzipiell so geformt, dass die Stäbe seitlich an ihnen anschließen. Die direkte Auflagerung der Glaselemente auf den Außenseiten der Stabnetzkonstruktion stellt darüber hinaus besondere Anforderungen an ihre konstruktive Detaillierung. Insbesondere müssen die äußeren Deckflächen der Knoten so geformt sein, dass die materialgerechte Lagerung der Gläser auch in deren Eckbereichen gewährleistet werden kann.

Vor dem Hintergrund der teils komplexen geometrischen Individualität der Knotenelemente ist es aus wirtschaftlicher Sicht überaus erstrebenswert, deren äußere Deckflächen eben auszuführen oder, wenn dies nicht möglich ist, den Aufwand zur deckflächigen Ausformung zu minimieren. Nachfolgend wird eine unter konstruktiven Aspekten optimierte Variante zur individuellen Ausrichtung der Knotenachsen beschrieben, welche genau dieses Ziel fokussiert.

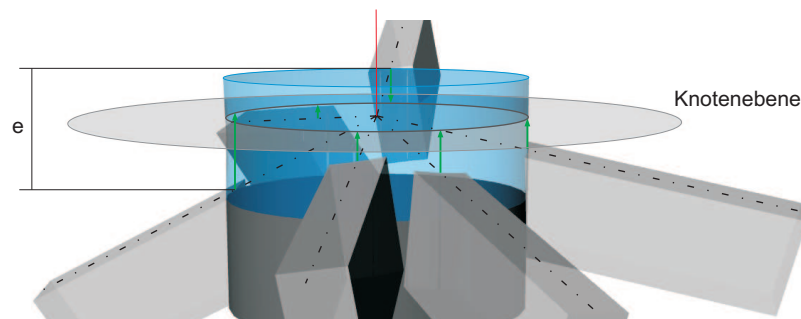
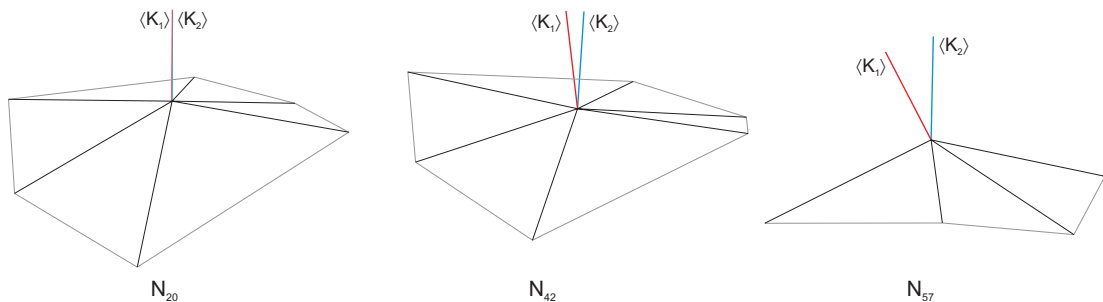


Bild 7.1: Prinzip Ebenheitsmaß

### 7.1.1 Berechnungsalgorithmen

Die Ebenheitsmaße  $e$  repräsentieren die Spannweiten  $R$  der Versätze der Stabaußenseitenmittellachsen. Letztere beschreiben den knotenachsparellen Abstand des Durchstoßpunktes der äußeren Mittellachsen durch die Mantelfläche des kreiszylindrischen Modellknotens relativ zur Knotenebene (vgl. Bild 7.1). Damit indizieren sie die Verwendbarkeit deckflächig ebener Knotenelemente bzw. den Aufwand der deckflächigen Bearbeitung (vgl. 5.3.2).

Die stabindividuellen Dimensionen der Mittellachsenversätze sind von der Stabhöhe, der Ausrichtung der Stablängsachse relativ zur Netzkante sowie vom Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  der Referenznetzkante abhängig. Die beiden erstgenannten Parameter repräsentieren knoten- bzw. stabnetzbezogen konstante Größen. Die Winkel hingegen sind direkt von der Ausrichtung der Knotenachse abhängig und freiformbedingt dimensional variabel. Bild 7.2 verdeutlicht, dass die nach den bekannten Ansätzen  $\langle K1 \rangle$  und  $\langle K2 \rangle$  ermittelten Knotenachsrichtungen im knotenbezogenen Vergleich unterschiedlich stark voneinander abweichen.



**Bild 7.2:** Abweichungen der Knotenachsrichtungen  $\langle K1 \rangle$   $\langle K2 \rangle$

Beide bekannten Ansätze zur Bestimmung der Knotenachsrichtung basieren auf der vektoriellen Interpretation des geometrischen Flächennetzes sowie auf additiven Berechnungsalgorithmen. Die diesen zugrunde liegenden Vektoren werden gleichsam normiert, um den Einfluss des Betrags des Vektors auf das Berechnungsergebnis bzw. die Knotenachsrichtung zu eliminieren (vgl. 2.5.1).

Ansatz  $\langle L1 \rangle$  nutzt die Ausrichtung der angeschlossenen Netzkanten als Basisparameter. Diese sind ein direktes Resultat der Vernetzung und annähernd tangential zur Entwurfsfläche ausgerichtet. Ihre Anordnung relativ zum Knoten bestimmt maßgeblich das Ergebnis der Berechnung bzw. die Richtung der Knotenachse. Nahezu zentralsymmetrische Netzstrukturen wie an den Knoten  $N_{20}$  bzw.  $N_{42}$  bewirken 'annähernd orthogonale' Knotenachsen, während 'einseitige' Orientierungen der Kanten (z. B.  $N_{57}$ ) diese tendenziell 'ablenken'.

Ansatz  $\langle L2 \rangle$  basiert auf der Ausrichtung der Normalenvektoren der Maschen. Diese sind nahezu orthogonal zur Entwurfsfläche und damit sehr stark in Richtung der zu definierenden Knotenachse orientiert. Dieser Umstand mindert den Einfluss der unsymmetrischen Vernetzung und ist somit ursächlich für die aus den Differenzen der Knotenachsrichtungen resultierenden Schwankungen der konstruktiv-geometrischen Parameter verantwortlich.

### 7.1.2 Ansatz K3

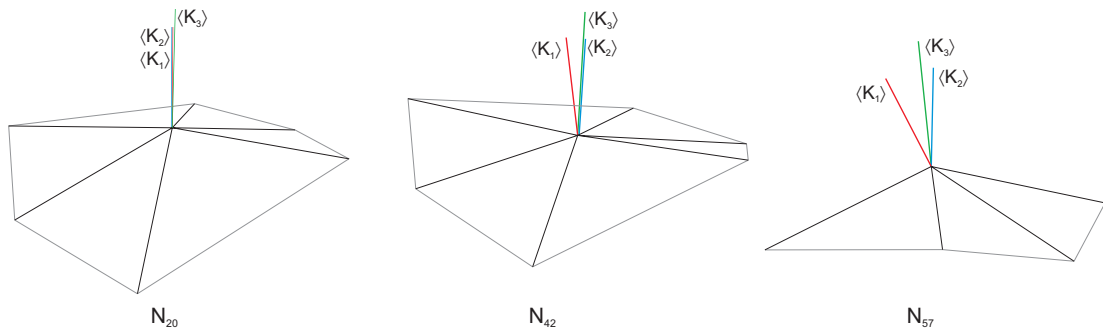
Die beiden bekannten Algorithmen zur Bestimmung einer individuellen Knotenachsrichtung ( $\langle K1 \rangle$  bzw.  $\langle K2 \rangle$ ) sind ausschließlich und direkt von der Netzstruktur bzw. von der Vernetzung der räumlich gekrümmten Entwurfsfläche abhängig (vgl. 2.5.1). Konstruktive



Aspekte spielen bei ihrer Berechnung keine Rolle. Entsprechend wird die real vorhandene Dimensionalitätsdifferenz zwischen räumlich geformten Flächennetz aus ein- bzw. nulldimensionalen Elementen und dem ebenfalls räumlich geformten Stabnetz aus dreidimensionalen Elementen bei beiden Ansätzen gänzlich vernachlässigt.

Die zu definierende neue Strategie muss wie die beiden bekannten Herangehensweisen auf lokalen Geometrieparametern basieren, um den freiformbedingt fehlenden globalen Bezugspunkt bzw. die fehlende Bezugsachse zu kompensieren. Die Analyse der neun grundlegenden topologischen Beziehungen zwischen den Basiselementen von Flächennetzen (vgl. 2.4.2) zeigt jedoch, dass sich aus diesen kein prinzipiell neuartiger Zusammenhang ableiten lässt. Dementsprechend ist es notwendig, einen der vorhandenen Ansätze weiterzuentwickeln.

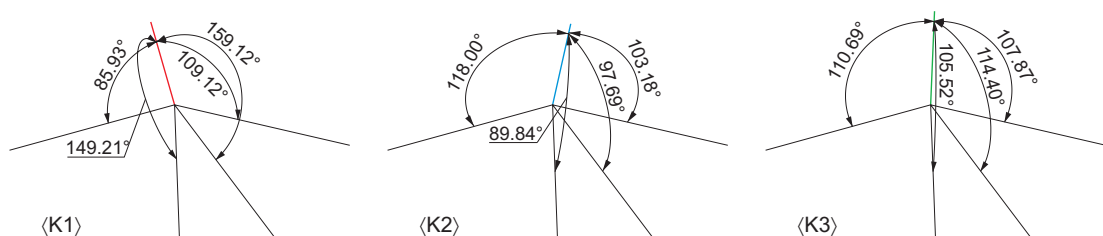
Die Standardabweichung  $s$  der Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  beeinflusst maßgeblich die Streuung der Mittelachsenversätze und damit die Dimensionen der Ebenheitsmaße  $e$ . Sie definiert damit einen konstruktiv orientierten Indikator zur Bewertung der Qualität der Knotenachsrichtung. Auf dieser Grundlage wird vorgeschlagen, die Position der Knotenachse relativ zu den angeschlossenen Netzkanten im Sinne einer mathematischen Optimierung so zu definieren, dass die knotenbezogene Standardabweichung  $s$  aller Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  minimal wird (vgl. Stahr u. a., 2006b).



**Bild 7.3:** Abweichungen der Knotenachsrichtungen <K1> <K2> <K3>

### 7.1.3 Ebenheitsmaße und Knotendimensionen

Die Auswirkungen unterschiedlicher Knotenachsrichtungen auf die Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  bzw. deren statistische Parameter sind in Bild 7.4 dargestellt. Zunächst fällt auf, dass auch auf Basis des neuen Ansatzes <K3> an keinem Knoten völlig ausgeglichene Winkelverhältnisse ( $s = 0^\circ$ ) erzielt werden können. Darüber hinaus offenbart sich an den Knoten N<sub>20</sub> und N<sub>42</sub> kaum Optimierungspotenzial. Nur am Randknoten N<sub>57</sub> sind signifikante Veränderungen in Bezug auf beide bisher bekannten Ansätze nachweisbar (vgl. Bild 7.4).



**Bild 7.4:** Neigungswinkel in Abhängigkeit der Knotenachsrichtung N<sub>57</sub>

KnNr.	$g_n$	$\alpha_{max}$	$\alpha_{min}$	$R$	$\bar{x}$	$s$	$\Delta s$
N <sub>20</sub>	$\langle K1 \rangle$	21,4	5,3	16,1	14,5	6,5	100
	$\langle K2 \rangle$	20,6	5,4	15,2	14,5	6,5	100
	$\langle K3 \rangle$	20,6	5,5	15,1	14,5	6,5	100
N <sub>42</sub>	$\langle K1 \rangle$	27,7	-14,4	42,1	9,1	12,5	100
	$\langle K2 \rangle$	19,6	-2,3	21,9	8,8	9,0	72
	$\langle K3 \rangle$	20,2	-2,5	22,7	8,8	8,9	71
N <sub>57</sub>	$\langle K1 \rangle$	69,1	-4,1	73,2	35,8	29,7	100
	$\langle K2 \rangle$	28,0	-0,2	28,2	12,2	10,3	35
	$\langle K3 \rangle$	24,4	15,5	8,9	19,6	3,3	11

**Tab. 7.1:** Einfluss der Knotenachsrichtung auf die Neigungswinkel ( $\alpha_{n,m}$ )

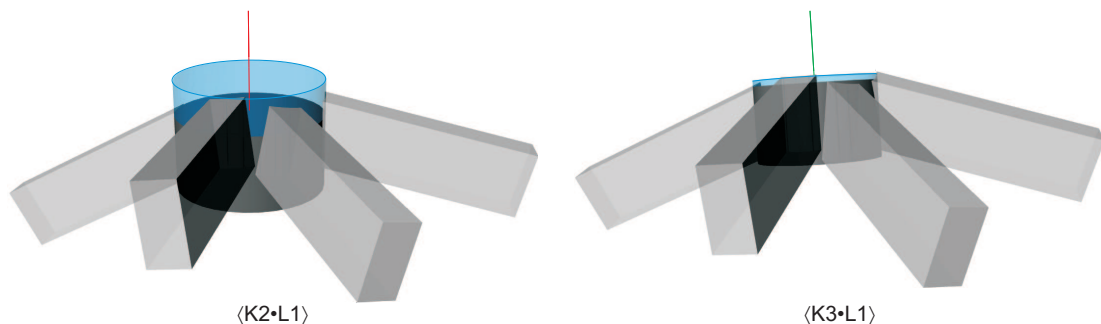
Die geringfügigen Effekte des neuartigen Ansatzes an den Knoten N<sub>20</sub> und N<sub>42</sub> belegen die Qualität der Knotenachsrichtung nach Ansatz  $\langle K2 \rangle$ . Die entsprechenden Auswirkungen auf die Ebenheitsmaße und Knotendimensionen sind so gering, dass nachfolgend auf eine Darstellung der zugehörigen konstruktiv-geometrischen Parameter verzichtet wird.

Ganz anders stellt sich die Situation am Randknoten N<sub>57</sub> dar. Die drastische Veränderung der Streuungsparameter der Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  hat ebenso deutliche Auswirkungen auf die Ebenheitsmaße und Dimensionen dieses Knotens. Im Sinne einer übersichtlichen Darstellung werden nachfolgend die Resultate der bisher günstigsten Knotenausrichtungsvariante  $\langle K2 \rangle$  mit den Ergebnissen nach Ansatz  $\langle K3 \rangle$  verglichen.

$e$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\Delta e$
N <sub>20</sub>	64	90	+ 40
N <sub>42</sub>	11	22	+ 100
$\Delta e$	- 83 %	- 75 %	- 66 %

**Tab. 7.2:** Ebenheitsmaße N<sub>57</sub>

Bild 7.2 offenbart überaus deutliche Effekte des neuartigen Ansatzes in Bezug auf die Ebenheitsmaße. Diese können stablängsachsenabhängig um 83 bzw. 75 Prozent im Vergleich zu Ansatz  $\langle K2 \rangle$  reduziert werden. Der absolute Betrag von 11 mm nach Knoten-Stabachsen-Kombination  $\langle K3 \cdot L1 \rangle$  berechtigt zu der Annahme, dass in diesem Fall ein Knotenelement mit ebener äußerer Deckfläche zur Anwendung kommen könnte, ohne die Verglasungseignung des Stabnetzes zu behindern und die lokale Tragqualität maßgeblich negativ zu beeinflussen (vgl. Bild 7.5).



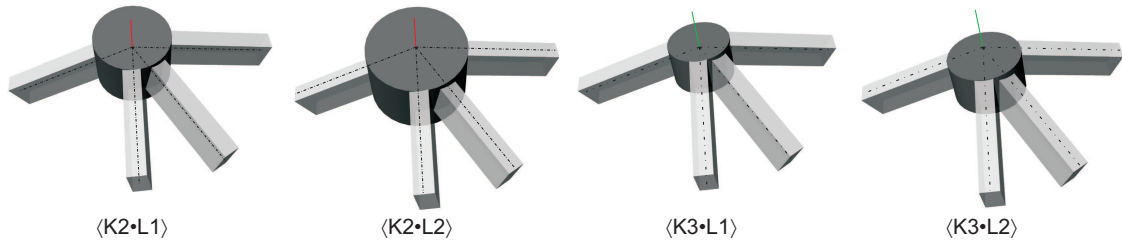
**Bild 7.5:** Knotenachsrichtung und Ebenheitsmaße (N<sub>57</sub>)

Die Auswirkungen der neuartigen Knotenachsrichtung  $\langle K3 \rangle$  auf die Dimensionen der Knoten dokumentiert Bild 7.3. Stablängsachsenunabhängig ergeben sich durchweg positive Ef-

$\langle L1 \rangle$	$r_n [\text{mm}]$	$h_n [\text{mm}]$	$V_n [\text{mm}^3]$	$\langle L2 \rangle$	$r_n [\text{mm}]$	$h_n [\text{mm}]$	$V_n [\text{mm}^3]$
$\langle K2 \rangle$	135	200	11422	$\langle K2 \rangle$	168	226	19962
$\langle K3 \rangle$	111	147	5737	$\langle K3 \rangle$	125	152	7504

Tab. 7.3: Knotendimensionen ( $N_{57}$ )

fekte in Bezug auf Variante  $\langle K2 \rangle$ . Die Verringerung der Knotenradien und -höhen führt selbstverständlich zu verkleinerten Knotenvolumina (vgl. Bild 7.6). Der quadratische Einfluss des Radius ist dabei ursächlich dafür verantwortlich, dass am Beispielknoten Einsparpotenziale von 50 Prozent und mehr nachweisbar sind.

Bild 7.6: Knotenachsrichtung und Knotenvolumina ( $N_{57}$ )

Den Einfluss der neuartigen Knotenachsrichtung auf die Schwerachsenversätze, welche partiell die lokale Tragqualität indizieren, zeigt Bild 7.4. Die darin dargestellten statistischen Parameter kennzeichnen Tendenzen hin zu vergrößerten Exzentrizitäten  $f_{m,y}$  und zu verringerten Versätzen  $f_{m,z}$ . Diese Entwicklungen werden jedoch, ob der insgesamt geringen Dimensionen der Veränderungen nach Variante  $\langle K3 \rangle$  als im konkreten Fall als eher unkritisch eingeschätzt.

$f_m$	$g_n$	$f_{max}$	$f_{min}$	$R$	$\bar{x}$	$s$	$\Delta s$
y	$\langle K1 \rangle$	57	-52	108	0	43	100 %
	$\langle K2 \rangle$	7	-12	19	-1	7	16 %
	$\langle K3 \rangle$	19	-17	36	-1	13	30 %
z	$\langle K1 \rangle$	-149	-278	129	-223	3	100 %
	$\langle K2 \rangle$	-44	-53	9	-50	3	100 %
	$\langle K3 \rangle$	-46	-51	5	-49	2	66 %

Tab. 7.4: Schwerachsenversätze ( $f_{m,y}, f_{m,z}$ )

Zusammenfassend können die dargestellten Ergebnisse dahingehend interpretiert werden, dass die neuartige Knotenachsrichtung  $\langle K3 \rangle$  insbesondere an Knoten mit nicht zentral-symmetrischer Netzstruktur erhebliches Optimierungspotenzial bietet. Zu diesen zählen insbesondere Randknoten, aber auch sog. *Netzwechselknoten* (vgl. Schober, 2002). An ihnen sind die Möglichkeiten zur Einflussnahme durchaus beachtlich. Das gesamtnetzbezogene Optimierungspotenzial des neuen Ansatzes ist maßgeblich von ihrem Anteil an der Gesamtmenge aller Knoten und damit von der Form der Entwurfsfläche abhängig.

#### 7.1.4 Grenzen

Die Ergebnisse der Optimierungsberechnungen zeigen, dass an keinem der untersuchten Knoten die Knotenachsrichtung so bestimmbar ist, dass sich gleiche Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  zu jeder angeschlossenen Netzkante ergeben. Ausdruck findet dieser Sachverhalt darin, dass die Standardabweichung der Winkel an keinem der untersuchten Knoten gleich Null wird.

Gleichzeitig ist an den drei Beispielknoten stark unterschiedliches 'Optimierungspotenzial' nachweisbar. Nachfolgend soll mit Mitteln der Algebra dargestellt werden, worauf dieser Zusammenhang beruht.

Zunächst ist festzuhalten, dass die Anzahl der Kanten am Knoten abhängig von der Netzstruktur und von seiner Lage im Flächennetz ist. Im untersuchten Fall liegen die Knoten  $N_{20}$  und  $N_{42}$  „in der Fläche“, an ihnen münden sechs Kanten. Der Knoten  $N_{57}$  wiederum ist ein Randknoten, an dem vier Kanten enden. Letzterer wird beispielhaft für die folgenden Erläuterungen ausgewählt.

Die vier am Knoten angeschlossenen Kanten bilden den Ausgangspunkt der Überlegungen. Sie beschreiben Ortsvektoren  $\vec{a}$  in Bezug auf den Knotenpunkt. Ihre Lage ist gekennzeichnet durch die Relativkoordinaten der Nachbarknoten, welche die Komponenten  $a_x, a_y, a_z$  des jeweiligen Kantenvektors bilden. Gleichung 7.1 zeigt ihre Beschreibung in Form einer linearen Gleichung, die der Basisdarstellung eines Vektors entspricht.

Der Knotenvektor  $\vec{s}$  repräsentiert die gesuchte Knotenachse. Er lässt sich gleichfalls in Form einer linearen Gleichung darstellen. Seine Komponenten  $s_x, s_y, s_z$  definieren die drei unbekannten Größen der Berechnung.

$$\vec{a} = a_x i + a_y j + a_z k \quad (7.1)$$

Der Knoten- und jeder Kantenvektor schließen den Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  ein. Das Ziel der Berechnung bilden gleiche Winkel zwischen allen Kanten am Knoten und der Knotenachse ( $\alpha = \text{const}$ ). Durch eine Normierung werden Kantenvektoren zu Einheitsvektoren  $\vec{a}_0$  der Länge 1. Diese Transformation ist die Voraussetzung für die Anwendung der vereinfachten Gleichung 7.2 zur Berechnung des Winkels zwischen Knoten- und Kantenvektor.

$$\cos \alpha = \vec{a}_0 \bullet \vec{s}_0 \quad (7.2)$$

Die vier Winkelbeziehungen zwischen den vier Kantenvektoren  $\vec{a}_{1,0}, \vec{a}_{2,0}, \vec{a}_{3,0}, \vec{a}_{4,0}$  und dem Knotenvektor  $\vec{s}_0$  lassen sich in Form eines linearen Gleichungssystems darstellen. Dieses ist im vorliegenden Fall *überbestimmt*, denn zur Bestimmung der drei Unbekannten stehen vier Gleichungen zur Verfügung.

$$\begin{aligned} a_{1,x}s_x + a_{1,y}s_y + a_{1,z}s_z &= \cos \alpha \\ a_{2,x}s_x + a_{2,y}s_y + a_{2,z}s_z &= \cos \alpha \\ a_{3,x}s_x + a_{3,y}s_y + a_{3,z}s_z &= \cos \alpha \\ a_{4,x}s_x + a_{4,y}s_y + a_{4,z}s_z &= \cos \alpha \end{aligned} \quad (7.3)$$

Die Lösbarkeit des Gleichungssystems ist abhängig von der linearen Unabhängigkeit seiner Vektoren und vom sog. *Rangkriterium*. Die freie Netzgeometrie berechtigt unter praktischen Gesichtspunkten zu der Annahme, dass die Richtungen der einzelnen Netzkanten nicht voneinander abhängig sind, wodurch die sie beschreibenden Gleichungen im mathematischen Sinne als linear unabhängig charakterisiert werden können.

Die Koeffizienten  $a_{ij}$  des Gleichungssystem lassen sich zur sog. Koeffizientenmatrix  $A$  zusammenfassen (vgl. Gleichung 7.4). Jede Matrix ist grundlegend gekennzeichnet durch einen Zeilen- und einen Spaltenrang. Dieser entspricht vereinfacht der Anzahl der Elemente in beiden Richtungen. Bei nicht quadratischer Form ist der Rang der Matrix als Minimum aus Zeilen und Spaltenrang definiert. Im vorliegenden Fall ist somit  $\text{rang}(A) = 3$ .

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1,x} & a_{1,y} & a_{1,z} \\ a_{2,x} & a_{2,y} & a_{2,z} \\ a_{3,x} & a_{3,y} & a_{3,z} \\ a_{4,x} & a_{4,y} & a_{4,z} \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

Das sog. *Rangkriterium* wiederum besagt, dass ein lineares Gleichungssystem genau dann lösbar ist, wenn der Rang der Koeffizientenmatrix gleich dem Rang der erweiterten Koeffizientenmatrix  $\mathbf{Ab}$  ist. Diese Matrix entsteht, wenn zur Koeffizientenmatrix  $\mathbf{A}$  die rechte Seite  $\mathbf{b}$  des Gleichungssystems hinzugefügt wird (vgl. Gleichung 7.5). Im vorliegenden Fall ist die Matrix  $\mathbf{Ab}$  quadratisch mit  $\text{rang}(\mathbf{Ab}) = 4$ . Der beschriebene Zustand bedeutet eine Verletzung des o. g. Rangkriteriums. Das Gleichungssystem hat somit keine Lösung.

$$\mathbf{Ab} = \begin{pmatrix} a_{1,x} & a_{1,y} & a_{1,z} & \cos \alpha \\ a_{2,x} & a_{2,y} & a_{2,z} & \cos \alpha \\ a_{3,x} & a_{3,y} & a_{3,z} & \cos \alpha \\ a_{4,x} & a_{4,y} & a_{4,z} & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (7.5)$$

Unter praktischen Gesichtspunkten bedeutet der zuvor dargestellte Sachverhalt, dass in frei geformten Flächennetzen an Knoten mit vier oder mehr Kanten im Regelfall keine Knotenachse bestimmbar ist, die mit allen an ihr endenden Kanten den gleichen Neigungswinkel  $\alpha_{n,m}$  einschließt. Wie unter 7.1.3 dargestellt, ist das Problem der Definition einer optimalen Knotenachse nur insofern lösbar, als dass eine Lösung mit minimalem Fehler ermittelt wird.

Rand- oder Eckknoten mit drei bzw. zwei angeschlossenen Kanten bilden im Kontext konstruktiver Stabnetze eine Ausnahme. Bei erstgenannten ist gemäß obiger Ausführungen sowohl der Rang der Koeffizientenmatrix  $\mathbf{A}$  als auch der erweiterten Koeffizientenmatrix  $\mathbf{Ab}$  gleich drei. Somit existiert für das vorliegende Problem genau eine Lösung, und es lässt sich eine Knotenachsrichtung berechnen, die sich durch gleiche Winkel zu allen drei Kanten auszeichnet.

An in der Praxis äußerst seltenen Eckknoten mit nur zwei Kanten sind beide Matrizen vom Rang zwei. Das Rangkriterium ist somit nicht verletzt. Jedoch stehen zur Lösung der Aufgabe zwei Gleichungen drei Unbekannten gegenüber, was bedeutet, dass sich theoretisch unendlich viele Lösungen ermitteln lassen.

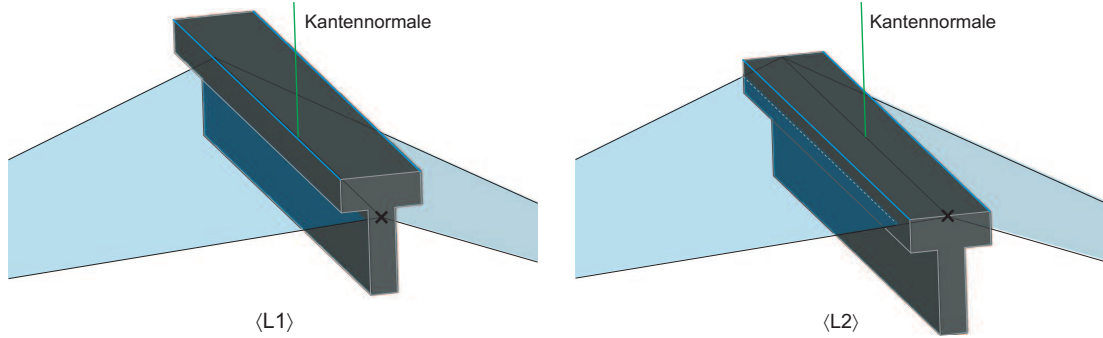
## 7.2 Ausrichtung der Stablängsachse

Die Ergebnisse der Analysen in Kapitel 6 offenbaren, dass an allen drei Beispielknoten bei allen Ausrichtungskombinationen von Knoten und Stäben Versätze benachbarter Stabrandkanten auftreten. Dies bedeutet geometrisch, dass das Auflagerkantenpolygon der Gläser weder geschlossen noch eben ist und konstruktiv, dass dementsprechend deren zwängungsfreie, lineare Auflagerung nicht gewährleistet ist bzw. werden kann!

Darüber hinaus ist festzustellen, dass die Variation der Ausrichtung der Stablängsachse durchweg deutlichere Schwankungen der Knotendimensionen und Ebenheitsmaße verursacht als die der Knotenachse. Dabei zeigt die stabkonstruktiv variabelere Variante (L2) signifikante Nachteile gegenüber Ansatz (L1).

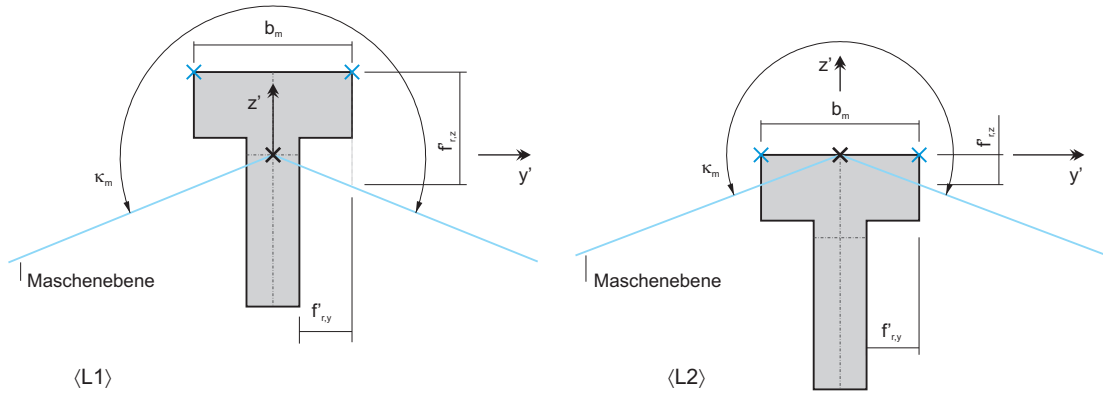
### 7.2.1 Stabquerschnitt und Nachbarmaschen

Die Grafiken in Bild 7.7 zeigen die geometrischen Bezüge zwischen gerader Netzkante, ebenen Nachbarmaschen und polygonal berandetem Stabprofil. Die Querschnitte sind dabei nach dem diesbezüglich derzeit einzig bekannten Ansatz  $\langle Q1 \rangle$  mit ihrer z-Achse in Richtung der Winkelhalbierenden der Nachbarmaschenwinkel  $\kappa_m$  ausgerichtet.



**Bild 7.7:** Stabpositionen relativ zum Flächennetz

Der dargestellte T-Querschnitt ist gekennzeichnet von einer einfachen Symmetrie, ebenen Stabaußenflächen und einer über die Länge konstanten Breite. Er erfüllt somit alle kontextbezogenen Anforderungen an die Stäbe (vgl. Abschnitt 4.2.1). Seine äußeren Stabrandkanten sind darüber hinaus unabhängig von der gewählten Längsachsenausrichtungsvariante räumlich parallel zur jeweiligen Referenznetzkannte.



**Bild 7.8:** Relative Bezüge zwischen Stabquerschnitt und Nachbarmaschen

Bild 7.8 zeigt, dass bei beiden Varianten die Positionen der Stabrandkanten in unterschiedlichem Maße von der Maschenebene abweichen. Dabei ist der Versatz  $f'_{r,y}$  zwischen Randkanten und Netzkante abhängig von der Stabbreite  $b_m$ . Er ist aufgrund der Querschnittsausrichtung und -symmetrie ansatzunabhängig gleich und entspricht der halben Stabbreite. Der Versatz  $f'_{r,z}$  kennzeichnet die Distanz zwischen Randkante und Maschenebene in Richtung der Querschnittshöhe.

Es offenbaren sich ansatzabhängig deutlich unterschiedliche Dimensionen. Diese basieren grundlegend und ansatzübergreifend auf den Größenordnungen von Nachbarmaschenwinkel  $\kappa_m$  und der Stabbreite  $b_m$ . Darüber hinaus vergrößert sich bei Ansatz  $\langle L1 \rangle$  die Dimension des Versatzes um den Betrag der halben Stabhöhe  $h_m$ .

Der Nachbarmaschenwinkel  $\kappa_m$  ist ein von der lokalen Krümmung des Flächennetzes abhängiger, kantenindividueller Parameter (vgl. 2.4.3). Bei Stäben gleicher Breite sind dem-

zufolge die Versatzmaße  $f'_{r,z}$  zwischen Randkanten und Maschenebene von unterschiedlicher Dimension. Dies hat zur Folge, dass die Stabrandkanten sich nicht schneiden und dass das Auflagerlinienpolygon nicht geschlossen bzw. die ebene, zwängungsfreie Lagerung der Glaselemente in Frage gestellt ist.

### 7.2.2 Ansatz L3

Es ist festzuhalten, dass das dargestellte Problem nicht von der Positionierung der Knotenachsen, sondern nur von der Ausrichtung der Stablängsachsen abhängig ist. Beide diesbezüglich bisher bekannten Ansätze basieren jedoch ausschließlich auf Parametern des Geometrischen Flächennetzes und vernachlässigen die konstruktiv-geometrischen Eigenschaften der Stäbe.

Zur Lösung des dargestellten Problems wurde ein alternativer, zum Patent angemeldeter, nachfolgend als  $\langle L3 \rangle$  bezeichneter Ansatz entwickelt. Gemäß diesem können die Stäbe des Stabnetzes variable Höhen und Breiten haben. Sie sind ferner so ausgerichtet, dass eine linear umlaufende, ebene, zwängungsfreie Lagerung der Glaselemente unabhängig von der Krümmung der Fläche und der Topologie der Maschen immer dann gewährleistet ist, wenn die Referenzmaschen des Flächennetzes eben sind (vgl. DE 10 2006 034 978.4).

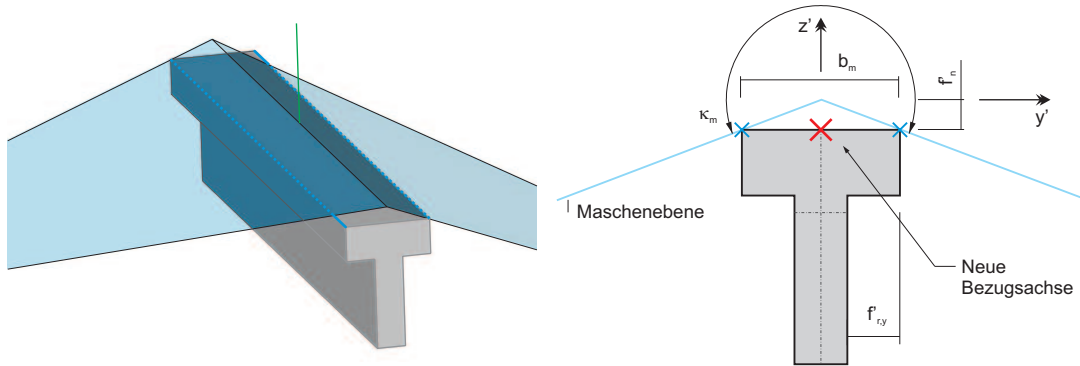


Bild 7.9: Prinzip neuer Ansatz  $\langle L3 \rangle$

Auf der Basis der zuvor dargestellten konstruktiv-geometrischen Randbedingungen wird vorgeschlagen, die Stablängsachse so auszurichten, dass die Stabrandkanten in der Ebene der benachbarten Netzmaschen liegen bzw. sich die Position der ebenen Unterseite der Verglasungselemente mit der der ebenen Flächennetzmasche überlagert (vgl. Bild 7.9).

Aus dieser Überlegung heraus lässt sich eine neuartige Bezugsachse für die individuelle Ausrichtung der Stablängsachse bestimmen, die sich aus dem Nachbarmaschenwinkel  $\kappa_m$  und der Breite  $b_m$  der glastragenden Stabaußenseite ableitet. Ihr kantenparalleler, richtungsabhängiger Versatz  $f_n$  in der über Netzkannte und Winkelhalbierende definierten Ebene berechnet sich nach Bild 7.6.

$$f_n = -\frac{b_m}{2} * \tan\left(\frac{\kappa_m}{2}\right) \quad (7.6)$$

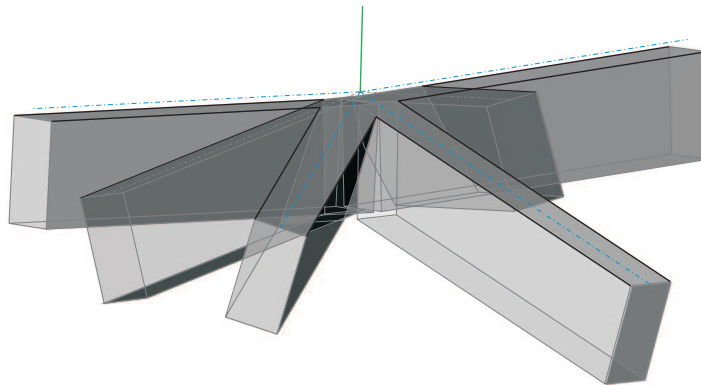
Randkanten bzw. -stäbe stellen im vorliegenden Zusammenhang einen Sonderfall dar, denn sie haben nur eine Nachbarmasche (vgl. 2.4.2). Der vorgestellte Ansatz wird dementsprechend so interpretiert, dass der Nachbarmaschenwinkel  $\kappa_m = 0^\circ$  ist. Infolge dessen berechnet sich die Dimension des Versatzes zu  $f_n = 0$ . Dies entspricht einer Ausrichtung des Stabes mit der Außenseitenmittellachse entlang der Netzkannte (gleich Ansatz  $\langle L2 \rangle$ ). Wird



der Stabquerschnitt gleichzeitig orthogonal zur Nachbarmaschenebene justiert, ergibt sich auch für die Randmaschen ein geschlossenes, ebenes Auflagerkantenpolygon.

### 7.2.3 Knotendimensionen und Ebenheitsmaße

Die neue Variante zur Ausrichtung der Stablängsachse hat neben dem Effekt, dass die Randkantenversätze eliminiert werden (vgl. Bild 7.10), selbstverständlich Auswirkungen auf die Knotendimensionen und Ebenheitsmaße. In diesem Zusammenhang ist die Knotenausrichtung nicht ohne Bedeutung. Um jedoch die Übersichtlichkeit der Ergebnisdarstellung zu wahren, wird diese in allen nachfolgenden Beispielen als konstant angenommen und basiert auf dem zuvor vorgestellten, neuartigen Optimierungsansatz  $\langle K3 \rangle$ .



**Bild 7.10:** Stabausrichtung ohne Randkantenversätze ( $N_{42}$ )

Die Ergebnisse der Analysen an den drei bekannten Beispielknoten ( $N_{20}$ ,  $N_{42}$ ,  $N_{57}$ ) werden in der schon bekannten Form dargestellt. Die Tabellen beinhalten dabei die Resultate der entsprechenden Berechnungen in Abhängigkeit der Stablängsachsenausrichtung (Spalten) und des gewählten Knotens (Zeilen).

$r_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\langle L3 \rangle$
$N_{20}$	110	131	131
$N_{42}$	169	210	210
$N_{57}$	111	125	125

**Tab. 7.5:** Mindestknotenradien  $N_{57}$

Der knotenübergreifende Vergleich der Berechnungsergebnisse in Bild 7.5 zeigt erneut die starke Streuung der Knotenradien. Darüber hinaus wird offenbar, dass Ansatz  $\langle L3 \rangle$  neutral in Bezug auf die nach Variante  $\langle L2 \rangle$  ermittelten Dimensionen ist.

$h_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\langle L3 \rangle$
$N_{20}$	155	165	156
$N_{42}$	193	214	202
$N_{57}$	147	152	146

**Tab. 7.6:** Erforderliche Knotenhöhen  $N_{57}$

In den Resultaten der Analysen zu den erforderlichen Knotenhöhen zeigt sich eine erste positive Tendenz des neuen Ansatzes (vgl. Bild 7.6). Die entsprechenden Dimensionen verringern sich im Vergleich zu denen nach Variante  $\langle L2 \rangle$  um durchschnittlich fünf Pro-

zent. Sie bewegen sich damit direkt im Bereich der in Bezug auf diesen Parameter bisher günstigsten Variante  $\langle L1 \rangle$ .

$V_n$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\langle L3 \rangle$
$N_{20}$	5943	8836	8367
$N_{42}$	17263	29763	27921
$N_{57}$	5737	7504	7222

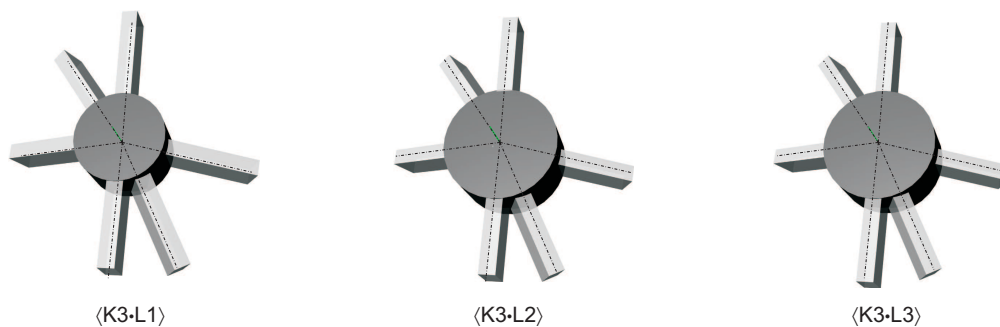
**Tab. 7.7:** Erforderliche Knotenvolumina  $N_{57}$

Die Veränderungen der erforderlichen Knotenhöhen wirken sich linear auf die zugehörigen Volumina der Musterknoten aus (vgl. Bild 7.7 bzw. (6.1)). Dementsprechend gleichen sich die Aussagen beider Tabellen in Bezug auf den Vergleich der Varianten  $\langle L2 \rangle$  und  $\langle L3 \rangle$ . Bedingt durch den quadratischen Einfluss des Radius auf das Volumen des kreiszylindrischen Modellknotens resultieren jedoch die minimalen Knotenvolumina an allen drei Knoten aus Ansatz  $\langle L1 \rangle$ .

$e$ [mm]	$\langle L1 \rangle$	$\langle L2 \rangle$	$\langle L3 \rangle$
$N_{20}$	27	36	28
$N_{42}$	62	87	74
$N_{57}$	11	22	16

**Tab. 7.8:** Ebenheitsmaße  $N_{57}$

Bei den Ebenheitsmaßen  $e_n$ , die als Indikatoren für die Verwendbarkeit außenseitig ebener bzw. für den Bearbeitungsaufwand räumlich geformter Knotenelemente dienen, setzt sich der positive Einfluss des Ansatzes  $\langle L3 \rangle$  auf die Lokargeometrie fort (vgl. Bild 7.8, Bild 7.11). Die dem Ebenheitsmaß zugrunde liegende Spannweite der äußeren Mittelachsenversätze reduziert sich beim Vergleich der Ergebnisse der Varianten  $\langle L2 \rangle$  und  $\langle L3 \rangle$  um 15 Prozent am Knoten  $N_{42}$  um 22 Prozent am Knoten  $N_{20}$  sowie um 27 Prozent am Knoten  $N_{57}$ !



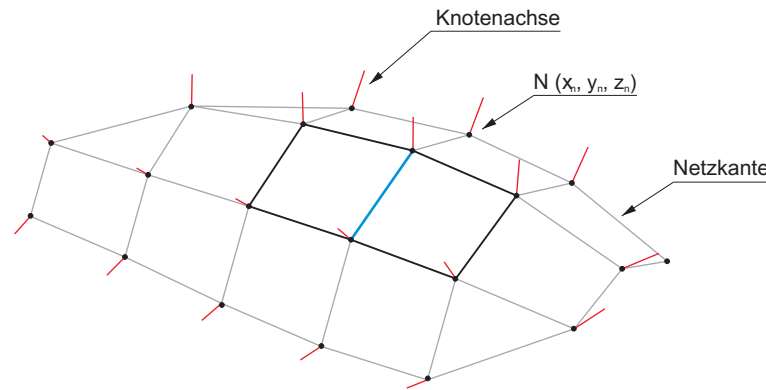
**Bild 7.11:** Stablängsachsenausrichtung und Knotenvolumen ( $N_{42}$ )

### 7.3 Ausrichtung des Stabquerschnitts

Wie unter 3.1 beschrieben, ist in der Praxis in jüngster Zeit ein wirtschaftlich motivierter Trend hin zur Verglasung geringfügig verwundener Viereckmaschen mit Hilfe „kalt gebogener“ Glaselemente zu beobachten. Wenn jedoch die Maschen des formbeschreibenden Flächennetzes geometrisch nicht eben sind, kann der einzige bisher bekannte Ansatz  $\langle Q1 \rangle$  zur Justierung des Stabquerschnitts quer zur Netzkante nicht angewendet werden, da keine Maschennormalen und folglich auch keine Nachbarmaschenwinkel als Referenzachsen bestimmbar sind.

### 7.3.1 Erweiterte Maschengemetrie

Knoten, Kanten und Maschen sind die Grundelemente geometrischer Flächennetze. Zwischen ihnen lassen sich neun grundlegende topologische Beziehungen identifizieren (vgl. 2.4.2). Eine davon ist die inzidente Relation zwischen einer Kante und ihrem Start- bzw. Endknoten.



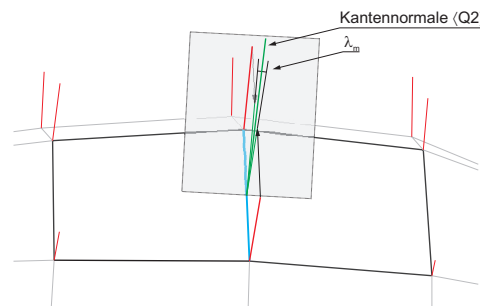
**Bild 7.12:** Flächennetz mit nicht ebenen Vierecksmaschen

Alle Knotenpunkte sind gekennzeichnet durch ein Koordinaten-Tripel  $(x_n, y_n, z_n)$ , welches ihre räumliche Lage beschreibt. Im konstruktiven Flächennetz weisen sie darüber hinaus eine individuelle Knotenachse auf. Diese schneidet den Knotenpunkt und dient der Ausrichtung der Knotenelemente (vgl. 2.5).

Die Knotenachse beschreibt im geometrischen Sinne eine räumlich orientierte Gerade. Zwei benachbarte Knotenachsen weisen keinen direkten Bezug zueinander auf. Sie sind aufgrund der Krümmung der Fläche im Normalfall auch nicht orthogonal zur Netzkante ausgerichtet (vgl. Bild 7.12).

### 7.3.2 Ansatz Q2

Zur Lösung des oben dargestellten Problems wurde ein alternativer, nachfolgend als  $\langle Q2 \rangle$  bezeichneter Ansatz entwickelt, der die konsistente Bestimmung einer individuellen Kantennormale auch dann ermöglicht, wenn die Nachbarmaschen nicht eben sind.



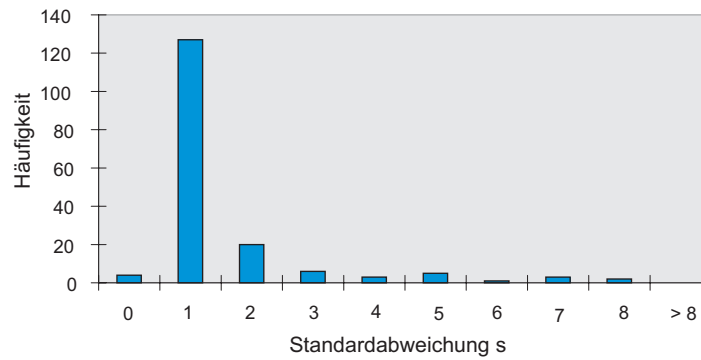
**Bild 7.13:** Prinzip Q3

Die Grundidee bildet dabei die Nutzung der Knotenachsen als Bezugsobjekte. Durch Projektion dieser in eine zur Netzkante rechtwinklige Ebene ergeben sich im geometrischen Sinn zwei sich schneidende, nicht parallele Geraden. Diese schließen einen kantenindividuellen *Nachbarknotenachswinkel*  $\lambda_m$  ein. Auf dessen Basis wiederum lässt sich eine Winkel-

halbierende bestimmen, welche die unikate Ausrichtung des Stabquerschnitts ermöglicht (vgl. Bild 7.13).

### 7.3.3 Streuung der Rotationswinkel

Zur Überprüfung der Qualität des neuartigen Ansatzes  $\langle Q2 \rangle$  dient der Vergleich mit ausgewählten Ergebnissen der bekannten Strategie  $\langle Q1 \rangle$ . Im Speziellen wurden dazu auf der geometrischen und topologischen Grundlage des MYLOMESH-Netzes die Rotationswinkel  $\gamma_{n,m}$  an beiden Stab- bzw. Kantenenden kantenbezogen auf ihre Abweichung hin analysiert. Die Gegenüberstellung beider Parameter ermöglicht wiederum die Berechnung der Standardabweichung  $s$  als Maß für die Schwankung der Werte bzgl. des Mittelwertes. Streuungen geringer Dimension indizieren demnach eine gute Übereinstimmung der Bezugsachsenrichtungen nach  $\langle Q1 \rangle$  und  $\langle Q2 \rangle$ .



**Bild 7.14:** Häufigkeitsverteilung der Standardabweichungen

Bild 7.14 zeigt die Häufigkeitsverteilung aller Standardabweichungen in Form eines Histogramms. Es wird deutlich, dass der überwiegende Teil der Werte kleiner als  $2^\circ$  ist. Dieser Sachverhalt lässt darauf schließen, dass sich die Qualität der nach dem neuartigen Ansatz  $\langle Q2 \rangle$  generierten Bezugsachsen zur Ausrichtung des Stabquerschnitts im Bereich der nach Ansatz  $\langle Q1 \rangle$  bewegt.

Nur 14 der 171 Kanten des MYLOMESH ( $\approx 8\%$ ) weisen Standardabweichungen größer  $3^\circ$  auf. Eine weitergehende Analyse der Lage dieser Kanten im Netz zeigt, dass es sich dabei um die Diagonalen im untersten bzw. obersten Ring der Struktur handelt. Die etwas stärkeren Streuungen der Rotationswinkelwerte  $\gamma_{n,m}$  nach Ansatz  $\langle Q1 \rangle$  stehen somit in direktem Zusammenhang mit der Randlage der Stäbe im globalen Flächennetz. Sie beschreiben jedoch kein ernsthaftes Problem im Bezug auf die lokale konstruktive Geometrie an den Anfangs- und Endknoten.

## 8 Resümee und Perspektive

### Zusammenfassung

Direkt verglaste Stabnetze aus geraden Stäben und autarken Knotenelementen repräsentieren einen konstruktiven Ansatz, der zur Realisierung transparenter architektonischer Freiformflächen überaus geeignet ist. Durch seine hochgradige strukturelle und formale Adaptabilität bietet er die Möglichkeit, beliebige Oberflächengeometrien abzubilden. Die flächenbezogen individuelle Stabnetzstrukturierung verleiht dabei in der Regel allen Knoten und Stäben einen unikaten Charakter.

Der konstruktive Entwurf des Stabnetzes beinhaltet seine Konzeptionierung und Detaillierung im Kontext der Dimensionalitätsdifferenz zwischen Flächen- und Stabnetzelementen. Aufgrund der individuellen Flächennetzstruktur ist er von einer hochgradigen Komplexität gekennzeichnet. Seine Festlegungen haben weitreichende Auswirkungen auf die Tragqualität des Stabnetzes. Sie bestimmen darüber hinaus maßgeblich die Wirtschaftlichkeit bei der Herstellung seiner unikaten Einzelteile.

Die Verwendung von Glas für die flächenschließenden Hüllelemente definiert eine im konstruktiven Stabnetzentwurf überaus bedeutsame Nebenbedingung. Diese dokumentiert sich in der Forderung nach einer zwängungsfreien Lagerung der Glaselemente. Sie resultiert dabei maßgeblich aus der im mechanischen Sinn wichtigsten Materialeigenschaft des Werkstoffs: seiner geringen Duktilität bzw. dem daraus resultierenden spontanen Bruchverhalten.

Das dimensional parametrische Knotenelement ist das Herz des Stabnetzes. Seine Konzeptionierung im Sinne eines Leitdetails ist die Hauptaufgabe des konstruktiven Stabnetzentwurfs. Die globale Form des Knotens ist in entscheidendem Maß von der Art der Verbindung zwischen Stab und Knoten abhängig. Seine individuellen Kerndimensionen resultieren aus den Abmessungen der angeschlossenen Stäbe und aus der lokalen konstruktiven Geometrie.

Vor dem Hintergrund freiformbedingt fehlender, globaler Bezugsglieder zur konsistenten Ausrichtung der Stäbe und Knoten ist es im Kontext der o. g. Dimensionalitätsdifferenz zwischen Flächen- und Stabnetz notwendig, auf der Grundlage lokaler geometrischer Parameter ergänzende Referenzachsen zu generieren. Deren Ausrichtung relativ zum Flächennetz beeinflusst in entscheidendem Maß die konstruktiven und mechanischen Eigenschaften des Stabnetzes.

Ein primäres gestalterisches und wirtschaftliches Ziel des konstruktiven Stabnetzentwurfs ist die Verwendung kompakter Knotenelemente. Seine Realisierung bedingt eine konstruktive Optimierung der Stabnetzkonstruktion. Die o. g. Referenzachsen repräsentieren in diesem Kontext unabhängige Optimierungsparameter, denn sie ermöglichen durch kombinatorische Variation der Ausrichtung von Knoten und Stäben eine gezielte Beeinflussung der konstruktiv-geometrischen Eigenschaften des Knotens.

Zur Unterstützung des komplexen Stabnetzentwurfsprozesses wurde in der vorliegenden Arbeit das *Zylinder-Achsen-Modell* entwickelt. Es beschreibt die lokalen Lagebeziehungen zwischen einem Knotenelement und den daran angeschlossenen Stäben auf Grundlage

einer Modellierung geometrischer und konstruktiver Zusammenhänge. Vier spezifische Indikatoren repräsentieren darin die Optimierungskriterien. Sie indizieren die erforderlichen Kernknotendimensionen, die Verwendbarkeit deckflächig ebener Knotenelemente, die Verglasungseignung der Konstruktion sowie die lokale mechanische Leistungsfähigkeit.

Mit Hilfe des Modells kann der Einfluss unterschiedlicher Ausrichtungsvarianten von Knoten und Stäben auf die o. g. lokalen Stabnetzeigenschaften untersucht werden. Damit ist es möglich, die Grenzen der geometrisch-konstruktiven Variabilität zu bestimmen. Die Auswertung der Ergebnisse entsprechender Untersuchungen offenbarte diesbezüglich verschiedene Schwachpunkte bisher existierender Ansätze zur Ausrichtung der Stabnetzelemente.

Zu Bestimmung einer individuellen Knotenachsrichtung waren bisher zwei Herangehensweisen bekannt. Diese berücksichtigen keinerlei konstruktive Randbedingungen. Sie beinhalten somit beide den Nachteil der ausschließlichen Abhängigkeit ihrer Generierungsalgorithmen von den lokalen geometrischen Eigenschaften des flächenbeschreibenden Netzes. Dieser Sachverhalt hat zur Folge, dass sich insbesondere an Rand- und Netzwechselknoten ungünstige konstruktive Referenzachsenrichtungen ergeben. Zur Beseitigung dieses Mangels wurde ein neuartiger Ansatz entwickelt. Dieser optimiert die Ausrichtung der Knotenachse mit dem Ziel der Reduktion der Knotendimensionen und der Erhöhung der Wahrscheinlichkeit der Anwendung deckflächig ebener Knotenelemente. Er basiert auf der Bestimmung der minimalen Standardabweichung aller knotenbezogenen Neigungswinkel.

Auch zur Definition einer unikaten Stablängsachsenposition waren bislang zwei Ansätze bekannt. Die durchgeführten Untersuchungen belegen, dass beide nicht die krümmungsunabhängige lineare Auflagerung der Glaselemente gewährleisten können. Zur Lösung des Problems wurde eine neuartige Bezugsachse definiert. Diese setzt die auf den Stabaußen-seiten aufliegende Innenseite der Glaselemente mit der Maschenebene des Flächennetzes gleich. Bei entsprechender Ausrichtung der Stäbe kann somit die linienförmige Lagerung der Gläser unabhängig von den Dimensionen der lokalen Krümmung bei voller Variabilität der Stabdimensionen gewährleistet werden. Der Ansatz wurde zum Patent angemeldet.

Zur konsistenten Ausrichtung des prismatischen Stabquerschnitts orthogonal zur Netzkante war bis dato nur eine Herangehensweise bekannt. Diese ist nur anwendbar, wenn die am Stab benachbarten Maschen eben sind bzw. sich die zugehörige Winkelhalbierende eindeutig bestimmen lässt. Ein aktueller Trend des konstruktiven Glasbaus geht jedoch in Richtung der Verglasung 'geringfügig' verwundener, nicht ebener Maschen mit Hilfe 'kalt gebogener' Gläser. Vor diesem Hintergrund wurde ebenfalls ein neuartiger Ansatz entwickelt, welcher unabhängig von der Ebenheit der Maschen anwendbar ist. Er basiert auf der Bestimmung der Winkelhalbierenden der in die Kantenorthogonalebene projizierten Knotenachsen der Anfangs- und Endknoten.

## Diskussion

Die Arbeit systematisiert zunächst den von einer großen Komplexität gekennzeichneten konstruktiven Entwurf direkt verglaster Stabnetze auf Freiformflächen. Sie erläutert umfänglich eine Vielzahl variabler Parameter und prinzipbedingter Randbedingungen. Insbesondere wird der Einfluss der lokalen konstruktiven Geometrie auf die Form und die erforderlichen Dimensionen des Knotenkerns herausgearbeitet.

Auf der Basis dieser umfassenden Analyse wurde ein konstruktiv-geometrisches Knotenmodell entwickelt. Dieses indiziert einer Reihe lokaler geometrischer, konstruktiver und mechanischer Eigenschaften. Es ermöglicht eine bisher nicht gegebene Unterstützung des konstruktiven Entwurfsprozesses sowie eine konstruktive Detailoptimierung des Stabnetzes.

Die Validierung des Zylinder-Achsen-Modells erfolgte auf der Grundlage eines akademischen Modellprojektes namens MYLOMESH. Dessen frei geformtes Geometrisches Flächennetz ermöglichte die Identifizierung verschiedener Schwachpunkte der bis dato bekannten Ansätze zur Ausrichtung von Knoten und Stäben an solchen Netzen. Es bildete gleichsam die Basis zur Entwicklung dreier neuartiger Herangehensweisen und ermöglichte darüber hinaus die Verifikation der neu entwickelten Methodik zur optimierten Knotenausrichtung.

Die primär vektoranalytischen Zusammenhänge zur Bestimmung der konstruktiv-geometrischen Indikatoren wurden in Form einer VBA-Makro-Programmierung auf der Basis der Tabellenkalkulationssoftware EXCEL umgesetzt. Dadurch wurde es möglich, komplette Netzstrukturen mit Hilfe allgemein verfügbarer Standard-Office-Software zu analysieren. Zur visuellen Überprüfung der Berechnungsergebnisse und zur Generierung der Knoten-Schnittschablonen des MYLOMESH-Modells wurden ebenfalls auf der Basis von VBA diverse Makros für die Verwendung in AUTOCAD programmiert.

### Ausblick

Mit dem heutigen Kenntnisstand ergeben sich verschiedene Anknüpfungspunkte für weitere Forschungsarbeiten.

Das Zylinder-Achsen-Modell repräsentiert eine überaus robuste Abbildung des Stab-Knoten-Kontaktbereichs von Freiformstabnetzen. Seine Ergebnisse haben in Bezug auf die formale Vielfalt existierender, wie möglicher Knotenlösungen einen eher generalisierenden Charakter. Durch die Einbindung der Verbindungsproblematik, inklusive der Ausformung des Stabendes in die Modellierung böte sich die Möglichkeit, die knotentypspezifische Aussagekraft der Ergebnisse weiter zu erhöhen.

Die lokale Geometrie am Knoten ist neben der Ausrichtung der ergänzenden Referenzachsen maßgeblich von der Struktur des frei geformten Flächennetzes abhängig. Die Verschiebung der Knotenpunkte 'auf' der Freiformfläche bietet daher weiteres Potenzial zur Optimierung der lokalen Knotengeometrie. Jedoch muss dabei beachtet werden, dass die Translation eines Knotens die geometrische Situation aller Nachbarknoten beeinflusst. Auch gilt es dabei, die gestaltprägende Funktion der Netzstruktur zu beachten, denn mathematisch optimierte Netze müssen nicht notwendigerweise auch 'schön' sein.

Einen dritten, weitreichenden Ansatz zur weiteren Arbeit auf dem Gebiet der Freiformstabnetze bietet die Abweichung von den bisherigen konstruktiven Grundprinzipien der Verwendung ebener Gläser und gerader Stäbe. Die Anwendung gewölbter Glaselemente ermöglicht 'wahrhaft' räumlich gekrümmte Fassaden, bedingt aber zur linienförmigen Auflagerung gekrümmte Stäbe. Eine weitere Alternative repräsentiert die Verwendung torrierter Stabelemente. Durch sie könnte die Komplexität der Anschlusssituation im Knotenbereich entscheidend verringert werden.



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Kunsthhaus Graz (Foto: M. Schneider)   Guggenheim Museum Bilbao (Foto: M. Reeve)	12
2.2	Krümmungsparameter an Freiformkurve und -fläche	13
2.3	Flachpunkt   Parabolisch gekrümmte Flächenpunkte	14
2.4	Elliptisch und hyperbolisch gekrümmte Flächenpunkte	14
2.5	Tischleuchten: links nicht abwickelbarer, rechts abwickelbarer Schirm	15
2.6	Drehfläche   Schiebfläche   Regelfläche	16
2.7	Translationsnetzprinzip	17
2.8	Trans-Streck-Fläche	17
2.9	Variation der Vertikalkomponente der Auflagerpunkte bei Vierpunktsegehn	18
2.10	(Inverse) Hängeform (Kramer, 2005)   Randvorspannform	19
2.11	Homogene Schnittgrößenverteilung (Kramer, 2005)	19
2.12	NURBS-Fläche, definiert durch 36 Kontrollpunkte (Grafik: C. Schneider)	20
2.13	Inhomogene Schnittgrößenverteilung (Schober u. a., 2004)	21
2.14	Leitungsnetz Thüringen   Flussnetz Deutschland   Seilnetz	22
2.15	Freiformfläche mit unterschiedlichen Maschenweiten	23
2.16	Platonische Körper	23
2.17	Basisnetzelemente und -informationen	25
2.18	Nachbarkantenwinkel (Elliptisch gekrümmter Netzknoten)	26
2.19	Nachbarmaschenwinkel	26
2.20	Advancing-Front-Methode	27
2.21	Formular zur Steuerung des Rhino-Netzgenerators	28
2.22	Variation der Elementzahl durch Einfügen von Diagonalen	29
2.23	Generierung individueller Knotenachsen	30
2.24	Kotennormalenebenen bei unterschiedlichen Knotenachsrichtungen	31
2.25	Bestimmung einer Kantennormale   Kantenkoordinatensystem	31
2.26	Neigungswinkel $\alpha_{n,m}$	32
2.27	Sektorwinkel $\beta_{n,m-m}$	33
2.28	Rotationswinkel $\gamma_{n,m}$	33
3.1	Musée des sciences et des techniques de la Villette (Foto: G. Baudoin)	34
3.2	Spannungsspitzen an Kerben bei Zug- bzw. Druckbeanspruchung	36
3.3	Zuschnitttoleranzen nach DIN EN 572-8	37
3.4	Kantenverschiebung   Gestufte Kanten	37
3.5	Preiszuschläge für Modellscheiben (vgl. Knaack, 1998, S.160)	38
3.6	Ausführungsvarianten linienförmiger Lagerung	39
3.7	Auflagerdetail direkte Verglasung	40
3.8	Fugenformen	41
3.9	Auskragung linienförmig gelagerter Gläser (vgl. TRLV, 2006)	41
3.10	Aquatoll Neckarsulm   Rathaus Alphen (Foto: M. Eekhout)	42
3.11	Diagonal geteilte Viereckgläser   Punktförmige Randlagerung auf Böcken (Fotos: Schlaich Bergermann Partner   MERO-TSK)	43
4.1	Versuchskuppel   Planetarium in Jena (Fotos: Zeiss-Planetarium Jena)	45

4.2	Normknoten   Ebenes Raumfachwerk   Stadion Poljud Split (Fotos: MERO-TSK) . . . . .	46
4.3	Palmenhaus Bicton Garden (Foto: M. Webster)   Freizeitbad Aquatoll Neckarsulm . . . . .	46
4.4	Rostocker Hof Rostock   Neue Messe Mailand (Foto: MERO-TSK) . . . . .	47
4.5	Basis-Struktur-Modell . . . . .	48
4.6	Insel auf der Mur, Graz . . . . .	48
4.7	Strukturmodell nach <i>Arciszewski</i> / Adaptiertes Strukturmodell . . . . .	49
4.8	Knoten Typ Gartner (DZ-Bank Berlin) . . . . .	50
4.9	Knoten Typ Waagner-Biro (British Museum London) . . . . .	50
4.10	Knoten Typ Seele . . . . .	51
4.11	Knoten Typ MERO (Neue Messe Mailand) . . . . .	52
4.12	Knoten Typ Fischer . . . . .	52
4.13	Knoten Typ Rüter (Sigma-Knoten) . . . . .	53
4.14	Lasergeschweißtes Profil (Quelle: Montanstahl)   Rollgefügtes Profil (Quelle: DAVEX)   Lasergeschnittenes Steckprofil (Quelle: Renovision) . . . . .	55
4.15	Ausrichtung der Stablängsachse relativ zur Netzkante . . . . .	56
4.16	Linearer Charakter und formale Vielfalt von Schweißverbindungen . . . . .	58
4.17	Endstückknoten mit geschweißten Verbindungen . . . . .	59
4.18	Endstückloser Knoten mit geschweißten Verbindungen . . . . .	59
4.19	Ausrichtung der Schraubenachse relativ zur Stablängsachse . . . . .	60
4.20	Versätze der Scherfuge bzw. Schraubenachsen relativ zur Stabrandkante . . . . .	60
4.21	Endstückknoten mit quergerichteten Schrauben . . . . .	61
4.22	Endstückloser Knoten mit längsgerichteten Schrauben . . . . .	61
4.23	Endstückknoten mit längsgerichteten Schrauben . . . . .	62
4.24	Prinzip Steckverbindung (Knoten Typ Rüter) . . . . .	62
4.25	Endstückloser Knoten mit Steckverbindungen . . . . .	63
4.26	Endstückknoten mit Steckverbindungen . . . . .	63
4.27	Schnittmodell des Stab-Knoten-Kontaktbereichs . . . . .	65
4.28	Neigungswinkel und Knotenhöhe bzw. Querschnittsfläche . . . . .	65
4.29	Streuung der Neigungswinkel und Knotenhöhe bzw. Querschnittsfläche . . . . .	66
4.30	Sektorwinkel, Stabanzahl und Querschnittsfläche . . . . .	66
4.31	Überschneidungspolygon und Mindestknotenradius . . . . .	67
4.32	Verglasbarkeit bei ebener Deckfläche und Einstabanschluss . . . . .	68
4.33	Verglasbarkeit bei ebener Deckfläche und Zwei- bzw. Mehrstabanschluss . . . . .	68
5.1	Flächennetz mit modellrelevanten Elementen . . . . .	70
5.2	Stab mit modellrelevanten Achsen . . . . .	70
5.3	Zylinderknoten mit modellrelevanten Parametern . . . . .	71
5.4	Neigung und Achsenparallelität der Stabrandkanten . . . . .	72
5.5	Projektion der Stabrandkanten . . . . .	73
5.6	Schnittpunktradien der äußeren sowie inneren Randkanten . . . . .	73
5.7	Versatz der Mittelachsen bzgl. der Netzkante . . . . .	74
5.8	Querschnitt und Längsschnitt im Stab-Knoten-Kontaktbereich . . . . .	75
5.9	Schnittebene . . . . .	77
5.10	Geometrische Bezüge im Stab-Knoten-Kontaktbereich . . . . .	77
5.11	Netzmasche   Stabausrichtung . . . . .	79
5.12	Randkanten   Versatz . . . . .	79
5.13	MYLOMESH   Lage der Referenzknoten im Flächennetz . . . . .	81
5.14	Sektorwinkel ( $N_{20}$ , $N_{42}$ ) . . . . .	82
5.15	Geometrisch erforderliche Knotendimensionen . . . . .	83

5.16	Mittelachsenversätze   Ebenheitsmaße . . . . .	84
5.17	Randkantenversätze . . . . .	85
6.1	Mindestknotenradien $N_{20}$ . . . . .	87
6.2	Mindestknotenradien $N_{42}$ . . . . .	87
6.3	Mindestknotenradien $N_{57}$ . . . . .	87
6.4	Mindestknotenhöhen $N_{20}$ . . . . .	88
6.5	Mindestknotenhöhen $N_{42}$ . . . . .	88
6.6	Mindestknotenhöhen $N_{57}$ . . . . .	89
6.7	Mindestknotenvolumina $N_{20}$ . . . . .	90
6.8	Mindestknotenvolumina $N_{42}$ . . . . .	90
6.9	Mindestknotenvolumina $N_{57}$ . . . . .	91
6.10	Ebenheitsmaße $N_{20}$ . . . . .	91
6.11	Ebenheitsmaße $N_{42}$ . . . . .	92
6.12	Ebenheitsmaße $N_{57}$ . . . . .	92
6.13	Randkantenversätze ( $N_{20}$ , $N_{42}$ , $N_{57}$ ) . . . . .	94
7.1	Prinzip Ebenheitsmaß . . . . .	95
7.2	Abweichungen der Knotenachsrichtungen $\langle K1 \rangle \langle K2 \rangle$ . . . . .	96
7.3	Abweichungen der Knotenachsrichtungen $\langle K1 \rangle \langle K2 \rangle \langle K3 \rangle$ . . . . .	97
7.4	Neigungswinkel in Abhängigkeit der Knotenachsrichtung $N_{57}$ . . . . .	97
7.5	Knotenachsrichtung und Ebenheitsmaße ( $N_{57}$ ) . . . . .	98
7.6	Knotenachsrichtung und Knotenvolumina ( $N_{57}$ ) . . . . .	99
7.7	Stabpositionen relativ zum Flächennetz . . . . .	102
7.8	Relative Bezüge zwischen Stabquerschnitt und Nachbarmaschen . . . . .	102
7.9	Prinzip neuer Ansatz $\langle L3 \rangle$ . . . . .	103
7.10	Stabausrichtung ohne Randkantenversätze ( $N_{42}$ ) . . . . .	104
7.11	Stablängsachsenausrichtung und Knotenvolumen ( $N_{42}$ ) . . . . .	105
7.12	Flächennetz mit nicht ebenen Vierecksmaschen . . . . .	106
7.13	Prinzip Q3 . . . . .	106
7.14	Häufigkeitsverteilung der Standardabweichungen . . . . .	107

# Literaturverzeichnis

- [Alber u. Gabriel 1983] ALBER, Dirk; GABRIEL, Knut: *Zugbeanspruchte Stabtragwerke: systematische Darstellung ihrer Eigenschaften*. Düsseldorf: Werner, 1983
- [Arciszewski 1984] ARCISZEWSKI, Tomasz: Design of joints in steel space structures. In: *Third International Conference on Space Structures* Bd. 3. London: Elsevier, 1984, S. 695 – 699
- [Assenmacher 2003] ASSENMACHER, Walter: *Deskriptive Statistik: mit 39 Tabellen*. 3. verbesserte Auflage. Berlin [u. a.]: Springer, 2003
- [Balkow 1998] BALKOW, Dieter: Der Baustoff Glas. In: SCHITTICH, Christian (Hrsg.): *Glasbau-Atlas*. München: Institut für internationale Architektur-Dokumentation, 1998, S. 61 – 87
- [Baus 2004] BAUS, Ursula: Open Mind. Verschiebbares Dach in München - und anderes. In: *db - Deutsche Bauzeitung* 138 (2004), Nr. 2, S. 36 – 45
- [Behling u. a. 1999] BEHLING, Sophia ; BEHLING, Stefan; ACHENBACH, Joachim: *Glas: Konstruktion und Technologie in der Architektur = Glass: structure and technology in architecture*. München [u.a.]: Prestel, 1999
- [Bender u. Brill 2003] BENDER, Michael; BRILL, Manfred: *Computergrafik: ein anwendungsorientiertes Lehrbuch*. München [u.a.]: Hanser, 2003
- [Blandini 2005] BLANDINI, Lucio: The Glass Dome. In: *Glass Processing Days 2005*. Tampere, 2005, S. 4
- [Böhm 1999] BÖHM, Florian: Neue Dimensionen für die Architektur? In: *ARCH+* 32 (1999), Nr. 148, S. 103 – 107
- [Böhm 2002] BÖHM, Florian: Zum Stand der Kunst des industriellen Bauens. In: *ARCH+* 34 (2002), Nr. 158, S. 76 – 83
- [Bol 2004] BOL, Georg: *Deskriptive Statistik: Lehr- und Arbeitsbuch*. 6. überarbeitete Auflage. München [u. a.]: Oldenbourg, 2004
- [Bollinger u. a. 2001] BOLLINGER, Klaus; HEIDLINDEMANN, B.; KLOFT, Harald; MICHEL, M.; STRACKE, Matthias: Freie Formen in tragfähige Gebäude verwandeln. In: BRAUER, Gernot (Hrsg.): *Architektur als Markenkommunikation: dynaform + cube*. Basel: Birkhäuser, 2001, S. 224
- [Brown u. Cook 2002] BROWN, Stephen; COOK, Michael: The Design and Manufacture of the British Museum Great Court Roof. In: *IABSE Symposium*. Melbourne, 2002
- [Bucak 1999] BUCAK, Ömer: Glas im konstruktiven Ingenieurbau. In: KUHLMANN, Ulrike (Hrsg.): *Stahlbau-Kalender 1999*. Berlin : Ernst & Sohn, 1999, S. 516 – 643
- [Bulenda u. Winzinger 2005] BULENDA, Thomas; WINZINGER, Thomas: Verfeinerte Berechnung von Gitterschalen. In: *Stahlbau* 74 (2005), Nr. 1, S. 33 – 38

- [Büttner u. Stenker 1971] BÜTTNER, Oskar; STENKER, Horst: *Metalleichtbauten*. Berlin: Verlag für Bauwesen, 1971
- [Cachola Schmal 2001] CACHOLA SCHMAL, Peter: *Digital real. Blobmeister - erste gebaute Projekte*. Basel: Birkhäuser, 2001
- [Chilton u. Isler 2000] CHILTON, John; ISLER, Heinz: *Heinz Isler*. London: Telford, 2000
- [DE 10 2004 016 215 A1] SCHUTZRECHT DE 10 2004 016 215 A1: *Pfosten-Riegel-System mit geringer Ansichtsbreite*. Frener & Reifer. 2006
- [DE 10 2004 023 727 A1] SCHUTRECHT DE 10 2004 023 727 A1: *Flächentragwerk*. MERO. 2005
- [DE 20 2006 018 652 U1] SCHUTZRECHT DE 20 2006 018 652 U1: *Dach- oder Fassadenkonstruktion*. Seele. 2006
- [DE 203 14 412 U 1] SCHUTZRECHT DE 203 14 412 U 1: *Profilelement für ein Stützrahmenwerk*. Renovision. 2003
- [DE 10 2006 034 978.4] DEUTSCHE PATENTANMELDUNG DE 10 2006 034 978.4: *Stabtragwerk und Verfahren zu seiner Herstellung*. Bauhaus-Universität. 2006
- [DIN 572-1] NORM: DIN 572 Teil 1: *Glas im Bauwesen - Basiserzeugnisse aus Kalk-Natronsilicatglas - Definitionen und allgemeine physikalische und mechanische Eigenschaften*. 2004
- [DIN 572-2] NORM DIN 572 Teil 2: *Glas im Bauwesen - Basiserzeugnisse aus Kalk-Natronsilicatglas - Floatglas*. 2004
- [DIN 572-8] NORM: DIN 572 Teil 8: *Glas im Bauwesen - Basiserzeugnisse aus Kalk-Natronsilicatglas - Liefermaße und Festmaße*. 2004
- [DIN 1249-10] NORM DIN 1249 Teil 10: *Flachglas im Bauwesen - Chemische und physikalische Eigenschaften*. 1990
- [DIN 1863-1] NORM DIN 1863 Teil 1: *Glas im Bauwesen - Teilvorgespanntes Kalknatronglas - Definitionen und Beschreibung*. 2004
- [DIN1863-2] NORM DIN 1863 Teil 2: *Glas im Bauwesen - Teilvorgespanntes Kalknatronglas - Konformitätsbewertung/Produktnorm*. 2004
- [DIN 18800-1] NORM DIN 18 800 Teil 1: *Stahlbauten - Bemessung und Konstruktion*. 1990
- [DIN EN 10210-2] NORM DIN EN 10210 Teil 2: *Warmgefertigte Hohlprofile für den Stahlbau aus unlegierten Baustählen und aus Feinkornbaustählen - Teil 2: Grenzabmaße, Maße und statische Werte*. 2006
- [Dischinger 1925] DISCHINGER, Franz: Fortschritte im Bau von Massivkuppeln. In: *Der Bauingenieur* (1925), Nr. 10, S. 362 – 366
- [Dischinger u. Finsterwalder 1932] DISCHINGER, Franz ; FINSTERWALDER, Ulrich: Die weitere Entwicklung der Schalenbauweise Zeiss-Dywidag. In: *Beton und Eisen* 31. Jahrgang (1932), Nr. Heft 7/8, 10, 11, 12, 14, 15, 16
- [Eekhout 1989] EEKHOUT, Mick: *Architecture in space structures*. Rotterdam: 010 Publishers, 1989

- [Eekhout u. Staaks 2005] EEKHOUT, Mick; STAAKS, Dries: Cold Deformation of Glass. In: *Glass Processing Days 2005*. Tampere, 2005
- [Eekhout u. Veltkamp 2004] EEKHOUT, Mick; VELTKAMP, Martijn: *Zappi techniques for blob structures*. 2004
- [EP 0 893 549 A3] SCHUTZRECHT EP 0 893 549 A3: *Stabknoten zum Verbinden mehrerer Stäbe einer Tragkonstruktion*. Helmut Fischer. 1997
- [EP 1 593 789 A2] SCHUTZRECHT EP 1 593 789 A2: *Knoten zum Verbinden von Stäben eines Flächentragwerks*. Waagner-Biro. 2005
- [Falter 2004] FALTER, Holger: Geometrie und Verglasung. In: *GLAS Architektur und Technik* 10 (2004), Nr. 3, S. 43 – 47
- [Fischer 1999] FISCHER, Klaus: Glaseingedeckte Stahlgitterschalen / Netztragwerke. In: MESSE MÜNCHEN GMBH (Hrsg.): *GlasKon '99*. München: Bauzentrum München, 1999
- [Franken 2001] FRANKEN, Bernhard: BMW Pavillon Dynaform. In: CACHOLA SCHMAL, Peter (Hrsg.): *digital real: BLOBMEISTER - erste gebaute projekte* 1. Auflage. Basel: Birkhäuser, 2001, S. 272
- [Franken 2004] FRANKEN, Bernhard: No Joy In Repetition. In: BURGARD, Roland (Hrsg.): *Kunststoffe und freie Formen* 1. Auflage. Wien: Springer, 2004, S. 143
- [Fritz 2002] FRITZ, Oliver: Programmieren statt zeichnen? Vom Einfluss digitaler Technologie auf den architektonischen Entwurf. In: *archithese* (2002), Nr. 4, S. 14 – 19
- [Gengnagel 2005] GENGNAGEL, Christoph: *Mobile Membrankonstruktionen*, Technische Universität München, Dissertation, 2005
- [George 1991] GEORGE, Paul L.: *Automatic mesh generation: application to finite element methods*. Chichester: Wiley, 1991
- [Gheorgiu u. Dragomir 1978] GHEORGIU, A.; DRAGOMIR, V.: *Geometry of Structural Forms*. Essex: Applied Science Publishers Ltd., 1978
- [Glaeser 2004] GLAESER, Georg: Die Theorie der Freiformflächen. In: BURGARD, Roland (Hrsg.): *Kunststoffe und freie Formen: ein Werkbuch*. Wien [u.a.]: Springer, 2004, S. 45 – 52
- [Glaeser 2005] GLAESER, Georg: *Geometrie und ihre Anwendungen in Kunst, Natur und Technik*. 1. Aufl. München: Elsevier, 2005
- [Gräf 2003] GRÄF, H.: *Untersuchungen zum Tragverhalten von Verbundsicherheitsglas bei linienförmiger und punktueller Lagerung*, Technische Universität München, Dissertation, 2003
- [Graf 2002] GRAF, Jürgen: *Entwurf und Konstruktion von Translationsnetzschalen*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2002
- [Gründig 1975] GRÜNDIG, Lothar: *Die Berechnung von vorgespannten Seil- und Hängernetzen unter Berücksichtigung ihrer topologischen und physikalischen Eigenschaften und der Ausgleichungsrechnung*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1975
- [Güsgen 1998] GÜSGEN, Joachim: *Bemessung tragender Bauteile aus Glas*, Rheinisch Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 1998

- [Havemann u. Düster 2005] HAVEMANN, Kathrin ; DÜSTER, Hendrik: Neue Messe Mailand - Verglasung der Freiformfläche. In: *Stahlbau* 74 (2005), Nr. 5, S. 307 – 312
- [Hertzsch 2000] HERTZSCH, E.: Unbeschwerte Leichtigkeit. Filigrane Dachkonstruktionen am Beispiel der DG Bank am Pariser Platz Berlin. In: *Element + BAU* (2000), Nr. 6, S. 33 – 35
- [Hess u. a. 2005] HESS, Rudolf; WELLER, Bernhard; SCHADOW, Thomas: *Glasbau-Praxis in Beispielen: Konstruktion und Berechnung*. 1. Aufl. Berlin: Bauwerk, 2005
- [Holberndt 2006] HOLBERNDT, T.: *Entwicklung eines Bemessungskonzeptes für den Nachweis von stabilitätsgefährdeten Glasträgern unter Biegebeanspruchung*, Technische Universität Berlin, Dissertation, 2006
- [Höller 1999] HÖLLER, Ralf: *FormFindung: architektonische Grundlagen für den Entwurf von mechanisch vorgespannten Membranen und Seilnetzen*. 1. Auflage. Mähringen: Balistier, 1999
- [Interpane 2002] INTERPANE: *Gestalten mit Glas*. 6., überarb. Auflage. Lauenförde: Interpane, 2002
- [Kasper 2005] KASPER, Ruth: *Tragverhalten von Glasträgern*, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 2005
- [Klimke u. a. 2002a] KLIMKE, Herbert; SANCHEZ, Jaime; VASILIU, Mihai; STÜHLER, Wolfgang; KASPAR, Claus: Die Fassaden- und Dachkonstruktion des Arts Centre in Singapur. In: *Stahlbau* 71 (2002), Nr. 7, S. 473 – 483
- [Klimke u. a. 2002b] KLIMKE, Herbert; STEPHAN, Sören; GSCHWIND, Joachim; STIEF, Udo; RANGE, Hans-Georg; KIEHN, Diethard: Die Ausführung des Ost-West-Glasdaches über dem Lehrter Bahnhof. In: *Stahlbau* 71 (2002), Nr. 12, S. 869 – 883
- [Klimke u. Walochnik 1993] KLIMKE, Herbert; WALOCHNIK, Wolfgang: Wann trägt Glas? In: UNIVERSITÄT KARLSRUHE, Institut für Baustatik (Hrsg.): *Festschrift Prof. Dr.-Ing. Udo Vogel*. Karlsruhe: Selbstverlag, 1993, S. 35 – 51
- [Kloft 2001] KLOFT, Harald: Tragwerksplanung im Digital Workflow. In: CACHOLA SCHMAL, Peter (Hrsg.): *digital real: BLOBMEISTER - erste gebaute projekte*. Berlin: Birkhäuser, 2001, S. 198 – 205
- [Knaack 1998] KNAACK, Ulrich: *Konstruktiver Glasbau*. Köln: Müller, 1998
- [Knippers u. a. 1997] KNIPPERS, Jan; BULENDA, Thomas; STEIN, Michael: Zum Entwurf und zur Berechnung von Stabschalen. In: *Stahlbau* 66 (1997), Nr. 1, S. 31 – 37
- [Kohlmaier u. von Santory 1981] KOHLMAIER, Georg; SANTORY, Barna von: *Das Glashauss - ein Bautypus des 19. Jahrhunderts*. München: Prestel, 1981
- [Kraft u. Taraz-Breinholt 2002] KRAFT, Sabine; TARAZ-BREINHOLT, Schirin: Zu diesem Heft (Editorial). In: *ARCH+* 159/160 (2002), S. 20
- [Kramer 2005] KRAMER, Roman: *Der konstruktive Entwurf von Stabnetzwerken am Beispiel des Naturtheaters Grötzingen*, Bauhaus-Universität, Diplomarbeit, 2005
- [Kurrer 2004] KURRER, Karl-Eugen: Zur Komposition von Raumfachwerken von Föppl bis Mengerlinghausen. In: *Stahlbau* 73 (2004), Nr. 8, S. 603 – 623



- [Lachmi 2004] LACHMI, Khemlani: Technology at Work at Gehry Partners: A Case Study. In: *AECbytes Feature* (2004), S. 6
- [Laufs 2000] LAUFS, Wilfried: *Ein Bemessungskonzept zur Festigkeit thermisch vorgespannter Gläser*, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 2000
- [Linkwitz 1984] LINKWITZ, Klaus: *Mathematisch-numerische Methoden der Netzberechnung: Abschlußbericht Teilprojekt F2*. Stuttgart: SFB 64, 1984 (Mitteilungen // Sonderforschungsbereich 64, Weitgespannte Flächentragwerke, Universität Stuttgart; 72)
- [Makowski u. Küsgen 1963] MAKOWSKI, Zygmunt S.; KÜSGEN, Horst: *Räumliche Tragwerke aus Stahl*. Düsseldorf: Verlag Stahleisen, 1963
- [Maniatis 2006] MANIATIS, Iris: *Numerical and experimental investigations on the stress distribution of bolted glass connections under in-plane loads*, Technische Universität München, Dissertation, 2006
- [Markenkreis 2007] MARKENKREIS, Flachglas: *GlasHandbuch 2007*. 27. Auflage. 2007
- [Mengerlinghausen 1943] MENGERINGHAUSEN, Max; PATENTAMT, Deutsches (Hrsg.): *Verbindung von Rohrstücken und knotenbildenden Verbindungsstücken, insbesondere für zerlegbare Fachwerkkonstruktionen*. 1943
- [Mengerlinghausen 1966] MENGERINGHAUSEN, Max: Kompositionslehre räumlicher Stab-Fachwerke. In: R. M. DAVIES (Hrsg.): *The International Conference on Space Structures*. Surrey: Blackwell Scientific Publications, 1966, S. 1109 – 1120
- [Mengerlinghausen 1983] MENGERINGHAUSEN, Max: *Komposition im Raum: Die Kunst individueller Baugestaltung mit Serielementen*. Gütersloh: Bertelsmann, 1983
- [Neureither 1992] NEUREITHER, Matthias: *Modellierung geometrisch-topologischer Daten zur Beschreibung und Berechnung netzartiger und flächenhafter Strukturen*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1992
- [Nijse 2003] NIJSSE, Rob: *Glass in Structures: Elements, Concepts, Design*. Basel [u.a.]: Birkhäuser, 2003
- [Oosterhuis 2002] OOSTERHUIS, Kas: e-motive architecture. In: *Architektur online* (2002), Nr. 5
- [Otto 1954] OTTO, Frei: *Das hängende Dach: Gestalt und Struktur*. Berlin: Bauwelt-Verlag, 1954
- [Otto 1982] OTTO, Frei: *Natürliche Konstruktionen: Formen und Konstruktionen in Natur und Technik und Prozesse ihrer Entstehung*. Stuttgart: Deutsche Verlags-Anstalt, 1982
- [Pehnt 2002] PEHNT, Wolfgang: Lehrmeisterin Natur. Von der 'Riesenblase' zum 'Blob' - ein architekturhistorischer Exkurs. In: *archithese* 32 (2002), Nr. 2, S. 12 – 17
- [Peters 2006] PETERS, Stefan: *Kleben von GFK und Glas für baukonstruktive Anwendungen*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2006
- [Piegl u. Tiller 1997] PIEGL, Les; TILLER, Wayne: *The NURBS Book*. 2. Edition. Berlin [u.a.]: Springer, 1997
- [Ramaswamy u. a. 2002] RAMASWAMY, G. S.; EEKHOUT, Mick; SURESH, G. R.: *Analysis, design and construction of steel space frames*. London: Thomas Telford, 2002

- [Ramm 1996] RAMM, Ekkehard: 'Force Follows Form' oder 'Form Follows Force'. In: TEICHMANN, Klaus (Hrsg.); WILKE, Joachim (Hrsg.): *Prozess und Form Natürlicher Konstruktionen*. Berlin: Ernst & Sohn, 1996, S. 68 – 73
- [Rank u. a. 1994] RANK, E.; RÜCKER, M.; SCHWEINGRUBER, M.: Automatische Generierung von Finite-Elemente-Netzen. In: *Bauingenieur* 69 (1994), Nr. 10, S. 373 – 379
- [Rice u. Dutton 1995] RICE, Peter; DUTTON, Hugh: *Transparente Architektur: Glasfassaden mit Structural Glazing*. Basel [u.a.]: Birkhäuser, 1995
- [Rüter u. a. 2000] RÜTER, Ewald; GRUBE, Ralf; LANDSKRÖNER, Susanne: *Entwicklung einer universell einsetzbaren, intelligenten Anschlußtechnik mit Stahl für Montageverbindungen im Bauwesen*. Düsseldorf: Verlag und Vertriebsgesellschaft, 2000
- [Ruth u. Stahr 2005] RUTH, Jürgen; STAHR, Alexander: Die hohe Kunst der Knotenwerte. In: *FASSADE Fassaden-Architektur und -technik* (2005), Nr. 3, S. 38 – 41
- [Ruth u. Stahr 2006] RUTH, Jürgen; STAHR, Alexander: Even Triangulated Meshes are not always Completely Plane! In: *International Colloquium of Free Form Design*. Delft: TU Delft, 2006
- [Saint-Gobain 2005] SAINT-GOBAIN: *MEMENTO Glashandbuch*. Saint-Gobain Glass Deutschland, 2005
- [Sanchez 2002] SANCHEZ, Jaime: The geometrical processing of the free-formed envelopes for the esplanade theatres in Singapore. In: *Fifth International Conference on Space Structures* Bd. 2. Surrey: Thomas Telford, 2002, S. 1025 – 1036
- [Shadow 2006] SCHADOW, Thomas: *Beanspruchungsgerechtes Konstruieren von Klebverbindungen in Glastragwerken*, Technische Universität, Dissertation, 2006
- [Schittich u. Staib 1998] SCHITTICH, Christian; STAIB, Gerald: *Glasbau-Atlas*. München: Institut für internationale Architektur-Dokumentation, 1998
- [Schlaich u. Bergermann 1992a] SCHLAICH, Jörg; BERGERMANN, Rudolf: Museum für Hamburgische Geschichte. In: STAHL-INFORMATIONEN-ZENTRUM (Hrsg.): *Transparente Netztragwerke*. München: Institut für Internationale Architektur-Dokumentation, 1992, S. 21
- [Schlaich u. Bergermann 1992b] SCHLAICH, Jörg; BERGERMANN, Rudolf: Schwimmbad Neckarsulm. In: STAHL-INFORMATIONEN-ZENTRUM (Hrsg.): *Transparente Netztragwerke*. München: Institut für Internationale Architektur-Dokumentation, 1992, S. 21
- [Schlaich u. Bergermann 1992c] SCHLAICH, Jörg; BERGERMANN, Rudolf: *Transparente Netztragwerke*. München: Institut für Internationale Architektur-Dokumentation, 1992
- [Schlaich u. Schober 1992] SCHLAICH, Jörg; SCHOBBER, Hans: Verglaste Netzkuppeln. In: *Bautechnik* 69 (1992), Nr. 1, S. 3 – 10
- [Schlaich u. Schober 1998] SCHLAICH, Jörg; SCHOBBER, Hans: Glaskuppel für die Flußpferde im Zoo Berlin. In: *Stahlbau* 67 (1998), Nr. 4, S. 307 – 312
- [Schlaich u. Schober 2002] SCHLAICH, Jörg; SCHOBBER, Hans: Filigrane Kuppeln. In: *tec21* (2002), Nr. 12, S. 21 – 27
- [Schlaich u. a. 2001] SCHLAICH, Jörg; SCHOBBER, Hans; HELBIG, Thorsten: Eine verglaste Netzschale: Dach und Skulptur - DG Bank am Pariser Platz in Berlin. In: *Bautechnik* 78 (2001), Nr. 7, S. 457 – 463

- [Schneider 2001] SCHNEIDER, Jens: *Festigkeit und Bemessung punktgelagerter Gläser und stoßbeanspruchter Gläser*, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2001
- [Schober 1994] SCHOBER, Hans: Die Masche mit der Glaskuppel. Netztragwerke mit ebenen Maschen. In: *Db - Deutsche Bauzeitung* (1994), Nr. 10, S. 152 – 163
- [Schober 2002] SCHOBER, Hans: Geometrie-Prinzipien für wirtschaftliche und effiziente Schalentragwerke. In: *Bautechnik* 79 (2002), Nr. 1, S. 16 – 24
- [Schober 2003] SCHOBER, Hans: Freigeformte Netzschalen - Entwurf und Konstruktion. In: VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE Gesellschaft Bautechnik (Hrsg.): *Jahrbuch Bautechnik 2003*. Düsseldorf : VDI Verlag, 2003, S. 35 – 52
- [Schober u. Knippers 1998] SCHOBER, Hans; KNIPPERS, Jan: Fassaden und Glasdächer der Deutschen Bank in Berlin. In: *Glas Architektur und Technik* (1998), Nr. 5, S. 19 – 26
- [Schober u. a. 2004] SCHOBER, Hans; KÜRSCHNER, Kai; JUNGJOHANN, Hauke: Neue Messe Mailand - Netzstruktur und Tragverhalten einer Freiformflächen. In: *Stahlbau* 73 (2004), Nr. 8, S. 541 – 551
- [Schuler 2003] SCHULER, Christian: *Einfluß des Materialverhaltens von PVB auf das Tragverhalten von Verbundsicherheitsglas in Abhängigkeit von Temperatur und Belastung*, Technische Universität München, Dissertation, 2003
- [Sedlacek 1999] SEDLACEK, Gerhard: *Glas im konstruktiven Ingenieurbau*. 1. Auflage. Berlin: Ernst & Sohn, 1999
- [Sedlacek 2000] SEDLACEK, Gerhard: *Typisierte Anschlüsse im Stahlhochbau*. Düsseldorf: Stahlbau-Verlags-Gesellschaft, 2000
- [Siebert 1999] SIEBERT, Geralt: *Beitrag zum Einsatz von Glas als tragendes Bauteil im konstruktiven Ingenieurbau*, Technische Universität München, Dissertation, 1999
- [Siebert 2001] SIEBERT, Geralt: *Entwurf und Bemessung von tragenden Bauteilen aus Glas*. Berlin: Ernst, 2001
- [Siebert 2004] SIEBERT, Geralt: Möglichkeiten der Bemessung von Bauteilen aus Glas. In: *Stahlbau* 73 (2004), Nr. 8, S. 348 – 355
- [Siebert 2006] SIEBERT, Geralt: Aktueller Stand der Regelungen für die Bemessung von tragenden Bauteilen aus Glas. In: *Stahlbau* 75 (2006), Nr. 8, S. 663 – 669
- [Sischka u. a. 2001] SISCHKA, Johann; BROWN, Stephen; HANDEL, Erich; ZENKNER, Günther: Die Überdachung des Great Court im British Museum in London. In: *Stahlbau* 70 (2001), Nr. 7, S. 492 – 502
- [Sobek u. Bauer 2000] SOBEK, Werner; BAUER, Benno: Planung und Ausführung: Das Bild des Veränderlichen. In: *Der Architekt* (2000), Nr. 10, S. 51 – 55
- [Sobek u. a. 2002] SOBEK, Werner; HOLZBACH, Markus; KUTTERER, Mathias; ERNST, Helmut; SCHNEIDER, Hans: *Bauen mit Glas - Informationen für Bauherren, Architekten und Ingenieure*. 1. Auflage. Stuttgart : Wirtschaftsministerium Baden-Württemberg, 2002
- [Sobek u. Kutterer 1998] SOBEK, Werner; KUTTERER, Mathias: Konstruieren mit Glas - Festigkeit und Tragverhalten. In: SCHITTICH, Christian (Hrsg.) ; STAIB, Gerald (Hrsg.): *Glasbau-Atlas*. München: Institut für internationale Architektur-Dokumentation, 1998

- [Spuybroek 1997] SPUYBROEK, Lars: Flüssige Form / SüßH<sub>2</sub>OeXPO, Zeeland 1993-1997. In: *ARCH+* 138 (1997), S. 70 – 73
- [Stahr u. a. 2006a] STAHR, Alexander; RUTH, Jürgen; WOLKOWICZ, Christian: *Without Right Angle*. In: *IKM International Conference on the Application of Computer Science and Mathematics in Architecture and Civil Engineering*. Weimar, 2006
- [Stahr u. a. 2006b] STAHR, Alexander; RUTH, Jürgen; WOLKOWICZ, Christian: *Adjustment of Nodes in Parametric Spatial Structures*. In: *Adaptables2006*. Eindhoven, 2006
- [Staib 1998] STAIB, Gerald: Von den Ursprüngen bis zur Klassischen Moderne. In: SCHITICH, Christian (Hrsg.); STAIB, Gerald (Hrsg.): *Glasbau-Atlas*. München: Institut für internationale Architektur-Dokumentation, 1998, S. 8 – 34
- [Steele 2001] STEELE, James: *Architektur und Computer: Planung und Konstruktion im digitalen Zeitalter*. München: Callwey, 2001
- [Stephan u. a. 2004] STEPHAN, Sören; SANCHEZ-ALVAREZ, Jaime; KNEBEL, Klaus: Stabwerke auf Freiformflächen. In: *Stahlbau* 73 (2004), Nr. 8, S. 562 – 572
- [Ströbel 1996] STRÖBEL, Dieter: *Die Anwendung der Ausgleichungsrechnung auf elastomechanische Systeme*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1996
- [Syring 2002] SYRING, Eberhard: *Vom Jugendstil zu den Blobmeistern - Organische Formenbezüge in der Architektur des 20. Jahrhunderts*. 2002
- [Techen 1997] TECHEN, Holger: *Fügetechnik für den konstruktiven Glasbau*, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 1997
- [Trautz 2004] TRAUTZ, Martin: Formfindung versus Formgebung. Architekturtheorie. In: *Bauwelt* 95 (2004), Nr. 21, S. 12 – 18
- [TRAV 2003] TRAV: *Technische Regeln für die Verwendung von absturzsichernden Verglasungen (TRAV)*. 2003
- [TRLV 2006] TRLV: *Technische Regeln für die Verwendung von linienförmig gelagerten Verglasungen*. 2006
- [TRPV 2006] TRPV: *Technische Regeln für die Bemessung und die Ausführung punktförmig gelagerter Verglasungen (TRPV)*. 2006
- [Wachsmann 1959] WACHSMANN, Konrad: *Wendepunkt im Bauen*. Wiesbaden: Krauskopf, 1959
- [Wellershoff 2006] WELLERSHOFF, Frank: *Nutzung der Verglasung zur Aussteifung von Gebäudehüllen*, Rheinisch Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 2006
- [Wörner u. a. 2001] WÖRNER, Johann-Dietrich; SCHNEIDER, Jens; FINK, Andreas; WÖRNER SCHNEIDER, Fink: *Glasbau: Grundlagen, Berechnung, Konstruktion*. Berlin: Springer, 2001
- [Z-14.5-443] *DAVEX-Stahlprofile*. Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung. Deutsches Institut für Bautechnik, 2006
- [Z-30.3-6] *Erzeugnisse, Verbindungsmittel und Bauteile aus nichtrostenden Stählen*. Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung. Deutsches Institut für Bautechnik, 2003